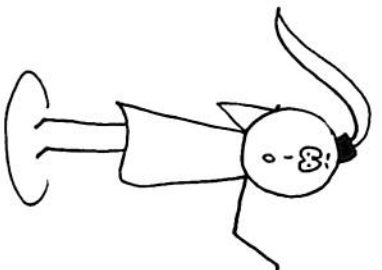


JEDNOSTKI POLA

PODSTAWOWE JEDNOSTKI POLA

- 1 MILIMETR KWADRATOWY
(1mm^2)
- 1 CENTYMETR KWADRATOWY
(1cm^2)
- 1 DECYMETR KWADRATOWY
(1dm^2)
- 1 METR KWADRATOWY
(1m^2)
- 1 AR (1a)
- 1 HEKTAR (1ha)
- 1 KILOMETR KWADRATOWY
(1km^2)



$$1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$$

$$1\text{dm}^2 = 10\,000\text{mm}^2$$

$$1\text{a} = 100\text{m}^2$$

$$1\text{ha} = 10\,000\text{m}^2$$

$$1\text{km}^2 = 100\text{ha}$$



$$1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$$

$$1\text{m}^2 = 10\,000\text{cm}^2$$

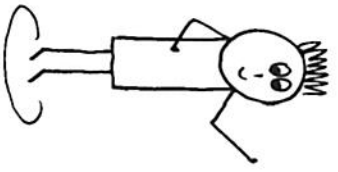
$$1\text{ha} = 100\text{a}$$

$$1\text{km}^2 = 1\,000\,000\text{m}^2$$

$$1\text{km}^2 = 10\,000\text{a}$$

JEDNOSTKI POLA

ZAPISZ JEDNOSTKI



$$\text{||| } \triangle 600 \text{ cm}^2 = \text{_____ mm}^2$$

$$\text{||| } \triangle 25 \text{ a} = \text{_____ ha}$$

$$\text{||| } \triangle 30 \text{ dm}^2 = \text{_____ cm}^2$$

$$\text{||| } \triangle 2 \text{ dm}^2 = \text{_____ m}^2$$

$$\text{||| } \triangle 2 \text{ ha} = \text{_____ a}$$

$$\text{||| } \triangle 458 \text{ a} = \text{_____ km}^2$$

$$\text{||| } \triangle 35 \text{ a} = \text{_____ m}^2$$

$$\text{||| } \triangle 35 \text{ ha} = \text{_____ km}^2$$

$$\text{||| } \triangle 6 \text{ km}^2 = \text{_____ ha}$$

$$\text{||| } \triangle 14 \text{ cm}^2 = \text{_____ dm}^2$$

$$\text{||| } \triangle 7 \text{ a} = \text{_____ m}^2$$

$$\text{||| } \triangle 97 \text{ m}^2 = \text{_____ a}$$

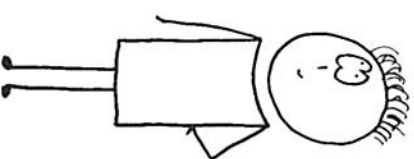
$$\text{||| } \triangle 8 \text{ mm}^2 = \text{_____ cm}^2$$

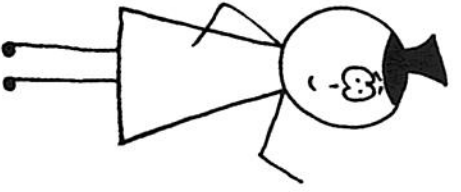
$$\text{||| } \triangle 4 \text{ dm}^2 = \text{_____ m}^2$$

$$\text{||| } \triangle 6 \text{ m}^2 = \text{_____ a}$$

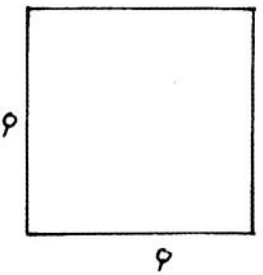
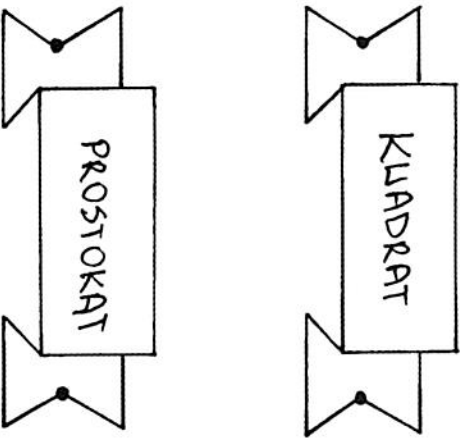
$$\text{||| } \triangle 1296 \text{ cm}^2 = \text{_____ m}^2$$

$1 \text{ dm}^2 = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$ $50 \text{ dm}^2 = 50 \cdot 100 \text{ cm}^2 = 5000 \text{ cm}^2$
$1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$ $7 \text{ ha} = 7 \cdot 100 \text{ a} = 700 \text{ a}$
$1 \text{ mm}^2 = 0,1 \text{ cm} \cdot 0,1 \text{ cm} = 0,01 \text{ cm}^2$ $3 \text{ mm}^2 = 3 \cdot 0,01 \text{ cm}^2 = 0,03 \text{ cm}^2$

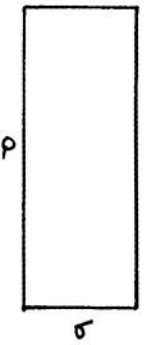




POLE PROSTOKĄTA I KWADRATU



$$P = a \cdot a$$
$$P = a^2$$



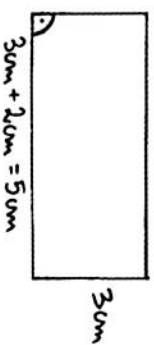
$$P = a \cdot b$$

PRZYKŁADY SA BARWNE

PRZYKŁADY

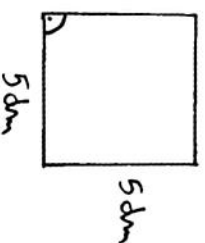
1. OBLICZ POLE PROSTOKĄTA, KTÓREGO JEDEN BOK MA 3cm, A DRUGI JEST O 2cm DŁUŻSZY.

$$P = 3\text{cm} \cdot 5\text{cm}$$
$$P = 15\text{cm}^2$$



2. OBLICZ POLE KWADRATU, KTÓREGO OBWÓD WYNOŚI 20dm.

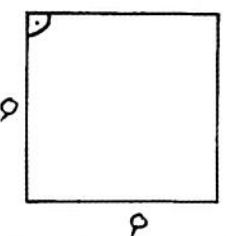
$$\text{OBW} = 20\text{dm}$$
$$20\text{dm} : 4 = 5\text{dm}$$
$$P = 5\text{dm} \cdot 5\text{dm}$$
$$P = 25\text{dm}^2$$



3. POLE KWADRATU WYNOŚI 81m². OBLICZ DŁUGOŚĆ BOKU TEGO KWADRATU.

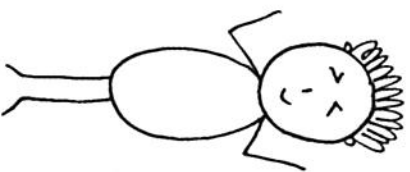
$$a \cdot a = 81\text{m}^2$$
$$\sqrt{9 \cdot 9} = 81$$
$$a = 9\text{m}$$

TABLICZKA MNOTENIA



POLE PROSTOKĄTA I KWADRATU

1
OBLICZ POLE KWADRATU
O BOKU DŁUGOŚCI 6 cm.



2
OBLICZ POLE PROSTOKĄTA, KTÓREGO
JEDEN Z BOKÓW MA DŁUGOŚĆ 50 mm,
A JEGO OBWÓD WYNOŚI 18 cm.

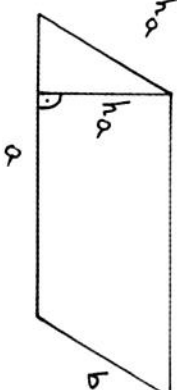
3
OBLICZ POLE PROSTOKĄTA, KTÓREGO
JEDEN Z BOKÓW MA DŁUGOŚĆ 10 dm,
A DRUGI JEST 3 RAZY DŁUŻSZY.

4
POLE KWADRATU WYNOŚI 49 m^2 . OBLICZ
DŁUGOŚĆ BOKU TEGO KWADRATU. WYNIK
PRZEDSTAW W CENTYMETRACH.

POLE RÓWNOLEGŁOBOKU I ROMBU

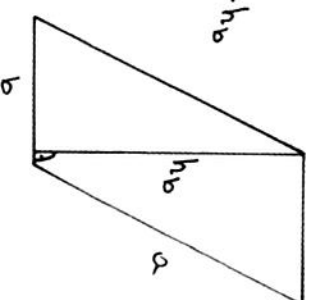
RÓWNOLEGŁOBOK

Wzrosty / Wzrosty



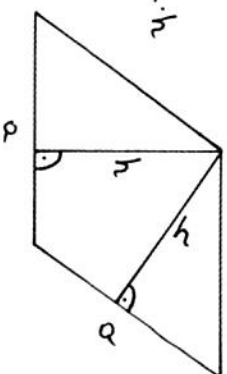
$$P = a \cdot h_a$$

$$P = b \cdot h_b$$



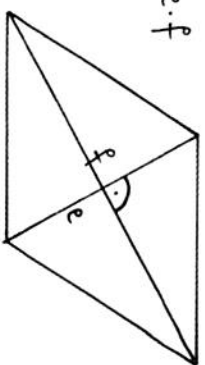
ROMB

Wzrosty / Wzrosty



$$P = a \cdot h$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$$



1. OBLICZ POLE ROMBU O PRZEKĄTNYCH DŁUGOŚCI 10cm I 12cm.

$$P = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 10\text{cm} \cdot 12\text{cm} = 5\text{cm} \cdot 12\text{cm} = 60\text{cm}^2$$

2. OBLICZ POLE ROMBU, KTÓREGO BOK NA DŁUGOŚCI 6dm, A WYSOKOŚĆ 3dm.

$$P = a \cdot h$$

$$P = 6\text{dm} \cdot 3\text{dm} = 18\text{dm}^2$$

3. OBLICZ POLE RÓWNOLEGŁOBOKU PRZEDSTAWIONEGO NA RYSUNKU.



$$P = a \cdot h_a$$

$$P = 8\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 40\text{cm}^2$$

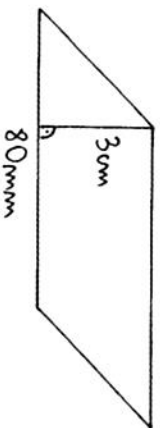
POLE RÓWNOLEGŁOBOKU I ROMBU

OBLICZ POLE ROMBU, KTÓREGO PRZEKĄTNE MAJĄ DŁUGOŚCI 10cm I 4,4dm.

OBLICZ DŁUGOŚĆ BOKU RÓWNOLEGŁOBOKU, JEŻELI WYSOKOŚĆ POPRZEMIANOWA NA TEN BOK MA 10dm, A POLE WYNOŚI 140dm².

OBLICZ POLE RÓWNOLEGŁOBOKU PRZEDSTAWIONEGO NA RYSUNKU.

OBLICZ POLE ROMBU, KTÓREGO PODSTAWA MA DŁUGOŚĆ 9cm, A WYSOKOŚĆ JEST O 3cm KRÓTSZA OD PODSTAWY.



POLE TRAPEZU I DELTOIDU

TRAPEZ

TRAPEZ RÓWNOBRIEMNY

TRAPEZ PROSTOKĄTNY

TRAPEZ

$P = \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot h$

a - GÓRNA PODSTAWA
b - DOLNA PODSTAWA
h - WYSOKOŚĆ

DELTOID

$P = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

e, f - PRZEKĄTNE

1. OBLICZ POLE DELTOIDU, KTÓREGO PRZEKĄTNE
MĄJĄ DŁUGOŚCI 7cm I 10cm.

$P = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$
 $P = \frac{1}{2} \cdot 7\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 7\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 35\text{cm}^2$

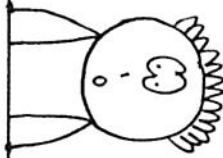
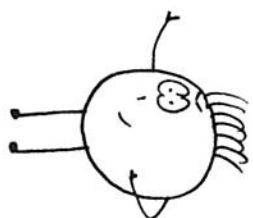
2. OBLICZ POLE TRAPEZU, KTÓREGO PODSTAWY MĄJĄ
DŁUGOŚCI 6cm I 10cm, A WYSOKOŚĆ NA DŁUGOŚĆ
30mm.

$a = 6\text{cm}$
 $b = 10\text{cm}$
 $h = 30\text{mm} = 3\text{cm}$

$P = \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot h$
 $P = \frac{1}{2} \cdot (6\text{cm} + 10\text{cm}) \cdot 3\text{cm} = \frac{1}{2} \cdot 16\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 8\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 24\text{cm}^2$

1) OBLICZ POLE TRAPEZU O PODSTAWACH
DŁUGOŚCI 6mm I 12mm ORAZ WYSOKOŚCI
RÓWNEJ 0,5mm. WYNIK PRZEDSTAW W cm^2 .

2) OBLICZ POLE DELTOIDU O PRZEKĄTNICACH
DŁUGOŚCI 6cm I 10cm.

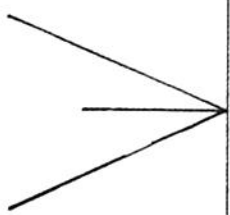


POLE TRAPEZU I DELTOIDU

4) POLE TRAPEZU JEST RÓWNE
 2000mm^2 . WYSOKOŚĆ WYNOSI
4cm. OBLICZ SUMĘ DŁUGOŚCI
PODSTAW TEGO TRAPEZU.

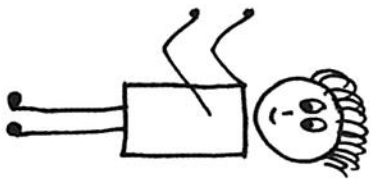
5) POLE TRAPEZU JEST RÓWNE
 30dm^2 , A PODSTAWY MAJĄ
DŁUGOŚCI 4dm I 6dm. OBLICZ
WYSOKOŚĆ TEGO TRAPEZU.

3) OBLICZ POLE TRAPEZU, KTÓREGO
JEDNA PODSTAWA MA DŁUGOŚĆ 4cm,
A DRUGA JEST 3 RAZY DŁUŻSZA.
WYSOKOŚĆ TEGO TRAPEZU WYNOSI 5cm.



LICZBY UJEMNE

Wielokrotność



POKRYCIANIE LICZB
UJEMNYCH

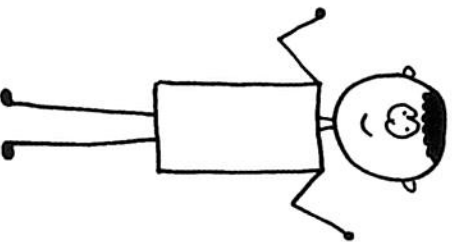
$-7 < \dots < -6$

WIĘKSZA JEST TA LICZBA,
KTÓRA LEŻY NA OSI
LICZBOWEJ BLIŻEJ ZERA
(ODMROTNIE NIŻ LICZBA
DODATNIE).

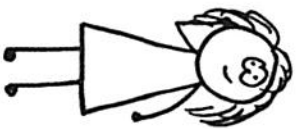
LICZBY CAŁKOWITE

$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

NIE JEST ANI DODATNIE,
ANI UJEMNE.



GDZIE SPOTYKAMY SIĘ
Z LICZBAMI UJEMNYMI?



TERMOMETR
(TEMPERATURA
PONIŻEJ ZERA)

DEPRESJA
(TEREN PONIŻEJ
POZIOMU TORZA)

DEBET NA KONCIE
BANKOWYM
(NP. -2000 zł)

LICZBY PRZECIWNIE

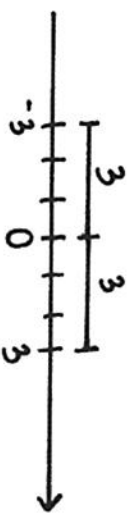
LICZBA PRZECIWNIA DO LICZBY
DODATNIEJ TO LICZBA UJEMNA.
2 -2

LICZBA PRZECIWNIA DO LICZBY
UJEMNEJ TO LICZBA DODATNIA.
-8 8

LICZBA PRZECIWNIA DO ZERA
TO ZERO.

LICZBA PRZECIWNIA DO LICZBY "X"
TO "-X".

ODLEGŁOŚĆ DOMOJENY
LICZBY OD LICZBY
ONA OSI LICZBOWEJ.



ZAPIS MARTHÓCI
BEZMIZGŁĘDNEJ

$|a|$
LICZBA, Z KTÓREJ
OBLICZAMY MARTHÓC
BEZMIZGŁĘDNOŚĆ.

MARTHÓC' BEZMIZGŁĘDNO
LICZBY



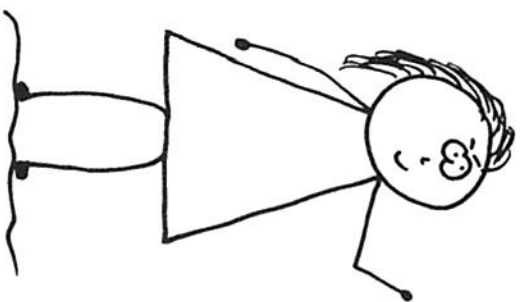
$$|a| = \begin{cases} a, & \text{gdym } a \geq 0 \\ -a, & \text{gdym } a < 0 \end{cases}$$

$| -8 | = 8$

MARTHÓC' BEZMIZGŁĘDNO
LICZBY - 8 WYNOSI 8.

$| 2 | = 2$

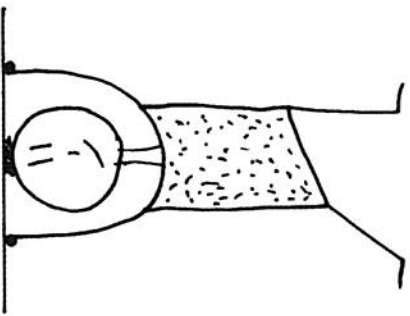
MARTHÓC' BEZMIZGŁĘDNO
LICZBY 2 WYNOSI 2.



OBLICZ :

- | | |
|------------------|-----------------------------|
| 1) $ 2 =$ | 9) $ -2 + 8 =$ |
| 2) $ -8 =$ | 10) $ -2 - 6 =$ |
| 3) $ -(-1) =$ | 11) $ -(-1) + 9 =$ |
| 4) $ -45 =$ | 12) $ -6 \cdot 5 =$ |
| 5) $ 0 =$ | 13) $ -10 \cdot (-8) =$ |
| 6) $ -(+8) =$ | 14) $ -2 \cdot 3 + 8 =$ |
| 7) $ -101 =$ | 15) $ -18 : 3 + 6 =$ |
| 8) $ 6281 =$ | 16) $ -30 : (-5) - 10 =$ |

DODAWANIE I ODEJMOWANIE LICZB CAŁKOWITYCH



$$(-13) + (-9) = -22$$

DEUGI →
 DEUGI →
 ŁĄCZNY DEUG

$$(-13) + (+9) = -4$$

DEUG →
 SPŁATA →
 DEUG, KTÓRY POZOSTAŁ

$$(-15) + (+20) = +5$$

DEUG →
 SPŁATA →
 TYLE ZOSTAŁO PO SPŁACENIU DEUGU

$$(-15) + (+15) = 0$$

DEUG →
 SPŁATA →
 WSZYSTKO ZOSTAŁO SPŁACONE

$$-2 + (-7) + (-3) - (-7) = -2 - 7 - 3 + 7 =$$

$= -2 - 3 = -5$
 DEUGI →
 DEUGI →
 LICZBY PRZECIWNÉ

$$-9 + k = 10 \quad k = ?$$

$$k = 10 + 9$$

$$k = 19$$

$$-20 - 17 = -37$$

DEUG →
 DEUG →
 ŁĄCZNY DEUG

$$-25 + (-17) = -42$$

DEUG →
 DEUG →
 ŁĄCZNY DEUG

$$15 - 20 = -5$$

TYLE NI MAJĄ POTRZEBUJE →
 TYLE NI BRAKUJE

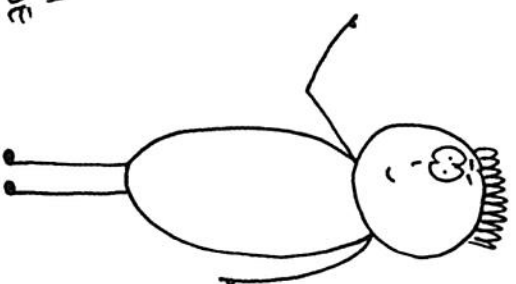
$$-15 - (-10) = -15 + 10 = -5$$

TYLE POTRZEBUJE →
 TYLE NI BRAKUJE

$$-10 - (-2) + 8 = -10 + 2 + 8 = -10 + 10 = 0$$

LICZBY PRZECIWNÉ

$$\begin{aligned} -(-3) &= +3 \\ -(+2) &= -2 \\ +(-7) &= -7 \end{aligned}$$



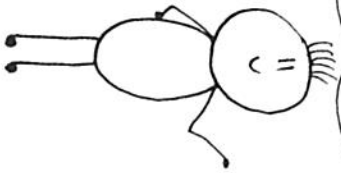
DODAWANIE I ODEJMOWANIE LICZB CAŁKOWITYCH

$$\begin{aligned} -2+9 &= \\ 3-(-5) &= \\ (-6)+(-2) &= \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (-3)+(-5) &= -8 \\ -(-2)+6 &= 2+6=8 \\ -3+9 &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -9-(-5) &= \\ 10-(+3) &= \\ -6+(-1) &= \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} -2-(-9) &= \\ -5+10 &= \\ 10+(-11) &= \end{aligned}$$

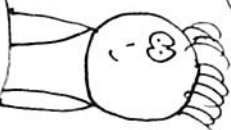
$$\begin{aligned} -13+(-2)+(-7) &= \\ -4+(-4)+4+(-4) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -6+(-2)+(-9) &= \\ -3-(-1)+9 &= \\ 15-(-1)-9+13 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -16-(-13)+29 &= \\ 12+(-3)-9 &= \\ 11-(+3)-(+9) &= \end{aligned}$$



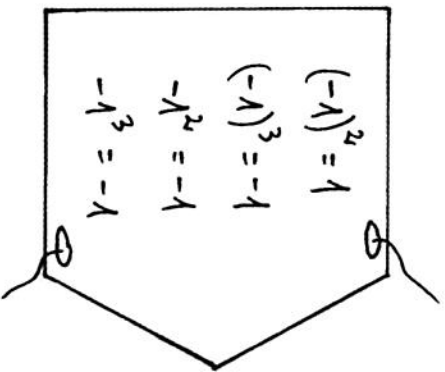
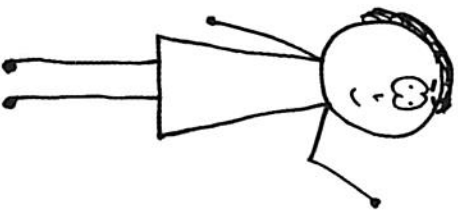
$$\begin{aligned} -3+3 &= \\ -8+2-6 &= \\ 15-20-6 &= \end{aligned}$$



PARZYSTA LICZBA
MINUSOM -
POSTAJE PLUS.

MNOŻENIE I DZIELENIE LICZB CAŁKOWITYCH

NIEPARZYSTA LICZBA
MINUSOM -
ZOSTAJE MINUS.



$$-2 \cdot 4 = -14$$

$$-3 \cdot (-2) = +6$$

+

$$-2 \cdot (-5) \cdot (-1) = -10$$

+

$$(-8)^2 = (-8) \cdot (-8) = 64$$

+

$$-8^2 = -8 \cdot 8 = -64$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

+

$$-2^3 = -2 \cdot 2 \cdot 2 = -8$$



$$48 : (-3) = -16$$

$$-30 : (-5) : 2 = 6 : 2 = 3$$

+

$$10 : (-2) : 5 = -5 : 5 = -1$$

-

$$-2 \cdot (-1) : 2 \cdot (-9) = -63$$

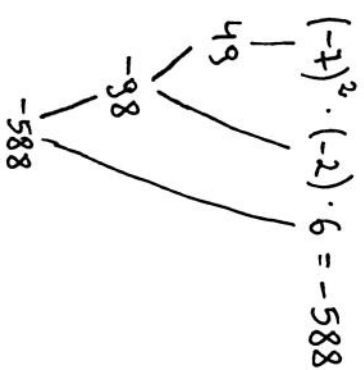
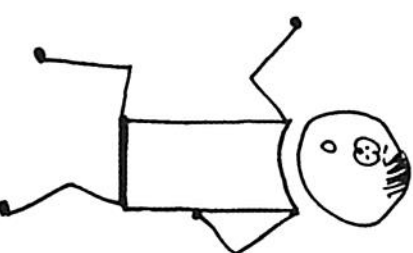
+

+

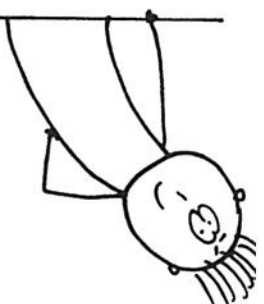
+

-

NIEPARZYSTA LICZBA
MINUSOM -
ZOSTAJE MINUS.



MNOŻENIE I DZIELENIE LICZB CAŁKOWITYCH



$$\begin{aligned} -3 \cdot 6 &= -18 \\ (-2) \cdot (-9) &= 18 \\ 16 : (-8) &= -2 \\ (-15) : (-5) &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \checkmark 2 \cdot (-9) &= \\ \checkmark -6 \cdot (-5) &= \\ \checkmark -3 \cdot 8 &= \\ \checkmark -9 \cdot 10 &= \\ \checkmark (-6)^2 &= \\ \checkmark -8^2 &= \\ \checkmark (-3)^2 &= \\ \checkmark -3^2 &= \\ \checkmark 16 : (-4) &= \\ \checkmark 12 \cdot (-3) &= \\ \checkmark -80 : (-5) &= \\ \checkmark -100 : 10 &= \\ \checkmark 40 : (-5) &= \\ \checkmark -1000 : (-100) &= \\ \checkmark 300 : (-3) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \checkmark (-3) \cdot (-6) : 2 &= \\ \checkmark (-9)^2 : 9 \cdot (-1) &= \\ \checkmark 13 \cdot (-2) \cdot (-1) &= \\ \checkmark (-4)^2 : 8 \cdot (-2) &= \\ \checkmark 20 \cdot (-2) : 4 \cdot (-5) &= \\ \checkmark [19 \cdot (-3)] : [6 \cdot (-1)] &= \\ \checkmark [-3 \cdot (-9)] : (-3) &= \end{aligned}$$



$$-16 : 2 = -8$$

DZIAŁANIA NA LICZBACH CAŁKOWITYCH



$$-6 : (-2) = 3$$

$$-4 \cdot (-6) = 24$$

$$3 \cdot (-3) = -9$$

$$13 \cdot (-1) = -13$$

$$-7 \cdot (-3) + 9 : (-3) = 21 - 3 = 18$$

$$16 : (-2) \cdot 5 + 3 \cdot (-9) = -40 + (-27) = -67$$

-8
 -40
 -27

$$[-2 \cdot (-9)] : [-3 + 10 \cdot (-2)] =$$

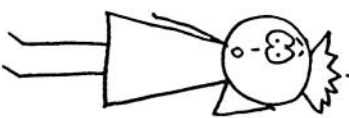
$$(4 - 6) \cdot (-8) + 9 : (-3 - 6) =$$

$$-6 : (-3) + 19 \cdot (-2) =$$

$$-3 \cdot (-10) : (-2) + 5 \cdot (-2) =$$

$$(9 - (-2)) \cdot (-8) =$$

$$-2 \cdot (-6) + 9 \cdot (-1) =$$



UŁAMKI ZWYKŁE



UŁAMKI NA OSI LICZBOWEJ

Wskazówka Wskazówka



$A = \frac{2}{6}$

$B = \frac{4}{6}$

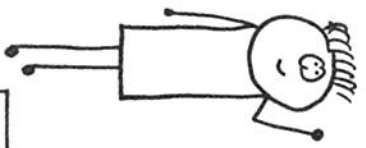


$C = \frac{1}{4}$

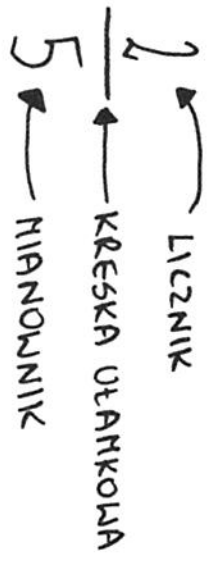
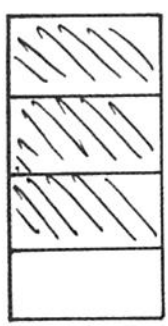
OKREŚLA, O ILU RÓŻNYCH CZĘŚCIACH CAŁOŚCI MÓWIMY.

OKREŚLA, NA ILE RÓŻNYCH CZĘŚCI, PODZIELIŁIŚMY CAŁOŚĆ.

ZAPISYWANIE SŁOWNIE



JAKĄ CZĘŚĆ FIGURY ZANALOWANO?

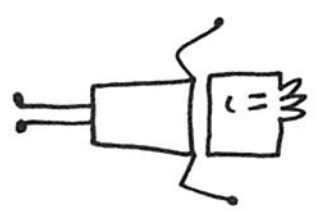


DWIE SIÓDMIE - $\frac{2}{7}$

CZTERY DZIEMIĄTE - $\frac{4}{8}$

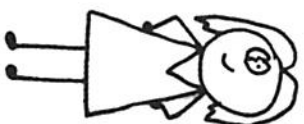
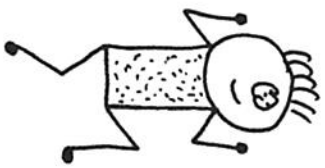
JEDNA PIĄTA - $\frac{1}{5}$

SIEDEN SIÓDMYCH - $\frac{7}{8}$



$\frac{3}{4}$
 ZANALOWANE
 PODZIAŁ PROSTOKĄTA

PORÓWNYWANIE UFAMKÓW



O JEDNAKOWYCH
LICZNIKACH

O JEDNAKOWYCH
MIANOWNIKACH

$$\frac{3}{8}$$



$$\frac{3}{7}$$

TRZY CZEKOLADY
DZIELINY NA 7
OSÓB

$$\frac{1}{5}$$



$$\frac{3}{5}$$

TRZY CZEKOLADY
DZIELINY NA 8
OSÓB



GDZIE WIĘCEJ
ZJEM?

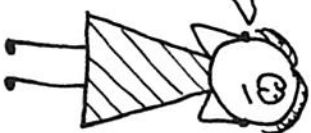
JEDNA PIZZA
NA 5 OSÓB

TRZY PIZZE
NA 5 OSÓB

ZASADY

- ▶ Z DWÓCH UFAMKÓW O JEDNAKOWYCH LICZNIKACH TEN JEST WIĘKSZY, KTÓRY MA MNIEJSZY MIANOWNIK.
- ▶ Z DWÓCH UFAMKÓW O JEDNAKOWYCH MIANOWNIKACH TEN JEST WIĘKSZY, KTÓRY MA WIĘKSZY LICZNIK.

GDZIE MOGĘ
ZJEŚĆ WIĘCEJ
KAWAŁKÓW?



- ZAPISZ SŁOWAMI! -

- $\frac{4}{9}$ -
- $\frac{2}{3}$ -
- $\frac{1}{5}$ -
- $\frac{3}{4}$ -
- $\frac{1}{2}$ -
- $\frac{2}{4}$ -
- $\frac{4}{5}$ -
- $\frac{1}{10}$ -
- $\frac{3}{20}$ -
- $\frac{6}{8}$ -
- $\frac{5}{10}$ -

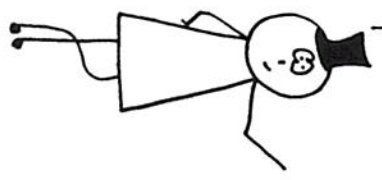
UŁAMKI ZMYKŁE

- ZAPISZ W POSTACI UŁAMKA! -

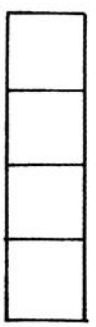
- SZESĆ DZIESIĄTYCH -
- JEDNA OSMA -
- TRZY TRZYNAŚCIE -

- JEDNA DWUDZIEŚCIA -
- DWA CZWARTE -
- CZTERY PIĘTNAŚCIE -
- OSIEM DZIESIĄTYCH -
- PIĘĆ SZESZTACH -

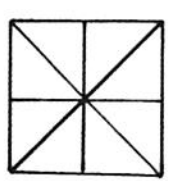
ZAPALUS ODPOWIEDNIA CZĘŚĆ!



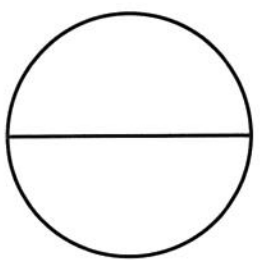
$\frac{1}{4}$



$\frac{3}{8}$



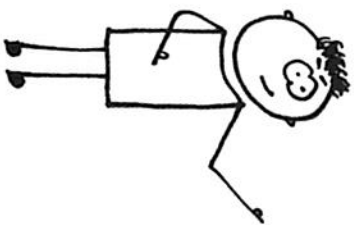
$\frac{1}{2}$



PORÓWNYWANIE UŁAMKÓW ZWYKŁYCH

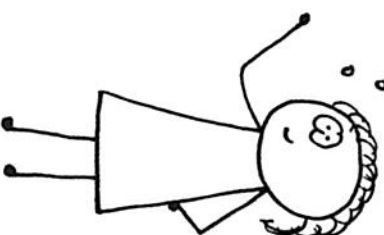
PORÓWNAJ PODANE UŁAMKI.

$\frac{1}{5}$	_____	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{3}$	_____	$\frac{5}{12}$
$\frac{6}{4}$	_____	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{5}$	_____	$\frac{1}{3}$
$\frac{9}{12}$	_____	$\frac{3}{12}$	$\frac{6}{4}$	_____	$\frac{6}{5}$
$\frac{2}{5}$	_____	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{4}$	_____	$\frac{2}{10}$
$\frac{9}{10}$	_____	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{9}$	_____	$\frac{4}{11}$
$\frac{3}{3}$	_____	$\frac{1}{3}$	$\frac{12}{13}$	_____	$\frac{12}{11}$
$\frac{21}{100}$	_____	$\frac{20}{100}$	$\frac{11}{9}$	_____	$\frac{11}{8}$
$\frac{35}{36}$	_____	$\frac{30}{36}$	$\frac{9}{2}$	_____	$\frac{9}{3}$
$\frac{4}{11}$	_____	$\frac{2}{11}$	$\frac{15}{14}$	_____	$\frac{15}{18}$



$\frac{1}{9}$	<	$\frac{2}{9}$
$\frac{3}{5}$	<	$\frac{3}{4}$

$\frac{2}{3}$	_____	$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{5}$	_____	$\frac{1}{3}$
$\frac{4}{8}$	_____	$\frac{1}{4}$



TE PRZYKŁADY SĄ TRUDNIEJSZE.

SKRACANIE I ROZSZERZANIE Ułamków i zwykłych

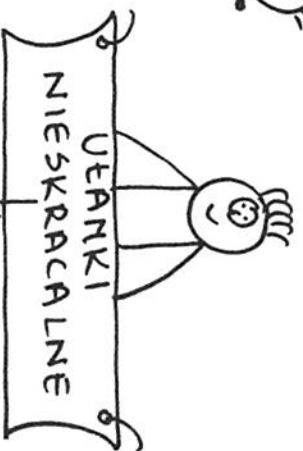


ROZSZERZANIE Ułamka TO POMOŻENIE PRZEZ TĘ SAMĄ LICZBĘ NATURALNĄ, RÓŻNĄ OD ZERA, LICZNIKA I MIANOWNIKA.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$$



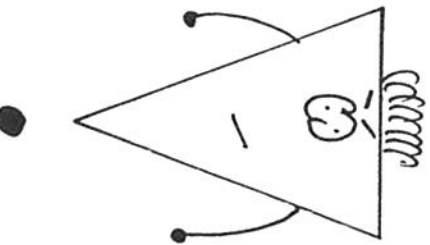
$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{5}{20}$$



Ułamki, których nie da się skrócić.

PRZYKŁADY

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{9}{10}$$



SKRACANIE Ułamka TO PODZIELENIE PRZEZ TĘ SAMĄ LICZBĘ NATURALNĄ, RÓŻNĄ OD ZERA I RÓŻNĄ OD JEDEN, LICZNIKA I MIANOWNIKA.

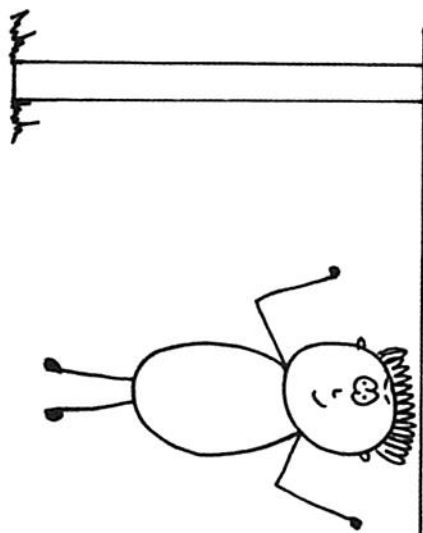
$$\frac{4}{14} = \frac{4 : 2}{14 : 2} = \frac{2}{7}$$



$$\frac{5}{15} = \frac{5 : 5}{15 : 5} = \frac{1}{3}$$



SKRACANIE I ROZSZERZANIE UŁAMKÓW ZMIĘKICH



SKRÓĆ UŁAMKI.

$$\frac{8}{10} =$$

$$\frac{4}{6} =$$

$$\frac{9}{15} =$$

$$\frac{20}{30} =$$

$$\frac{8}{16} =$$

$$\frac{2}{6} =$$

$$\frac{3}{18} =$$

$$\frac{50}{75} =$$

$$\frac{22}{33} =$$

$$\frac{20}{36} =$$

ROZSZERZ UŁAMKI DO PODANEGO
LICZNIKA LUB MIANOWNIKA.

$$\frac{1}{6} = \frac{\quad}{30}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{\quad}{60}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{\quad}{32}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\quad}{24}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{\quad}{16}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{12}{\quad}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{360}{\quad}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{16}{\quad}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{6}{\quad}$$

$$\frac{14}{20} = \frac{34}{\quad}$$

SKRACANIE PRZEZ 5.

$$\frac{10}{15} \stackrel{:5}{=} \frac{2}{3}$$

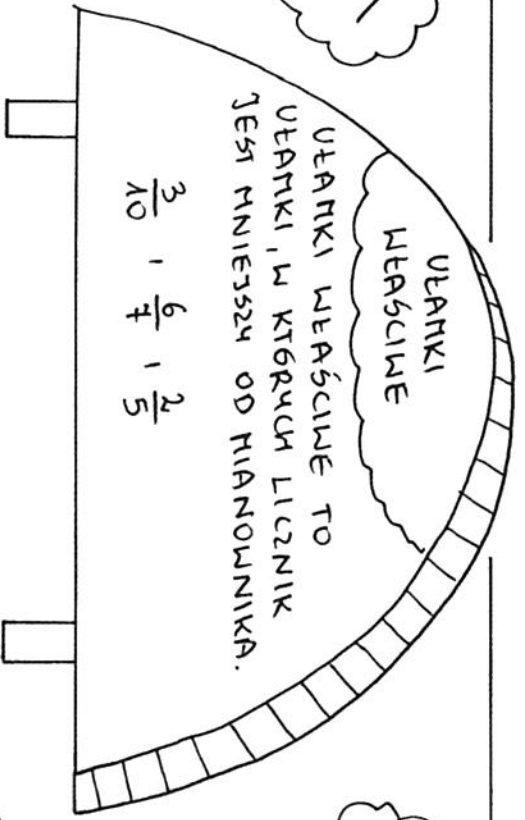
$$\frac{2}{7} \stackrel{\cdot 10}{=} \frac{20}{70}$$

$$\frac{2}{9} \stackrel{\cdot 9}{=} \frac{18}{81}$$

ROZSZERZANIE DO
PODANEGO MIANOWNIKA.

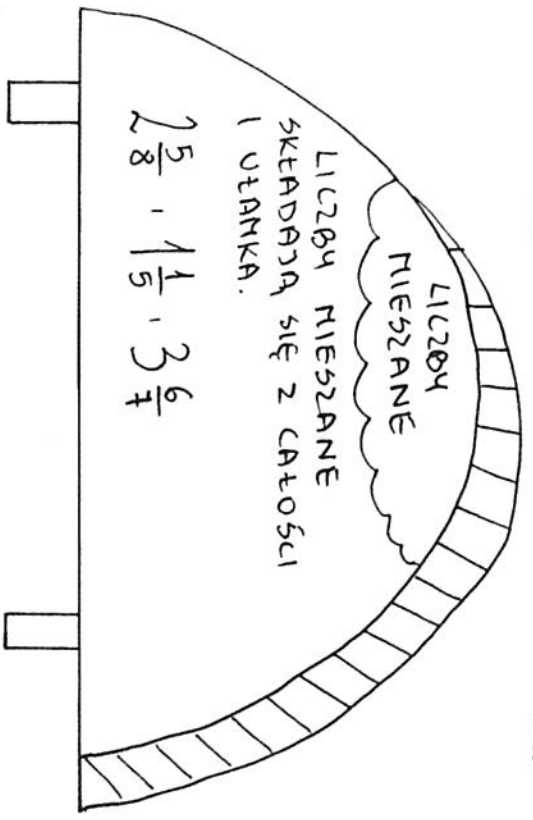
ROZSZERZANIE DO
PODANEGO LICZNIKA.

$\frac{m}{m} = 1$

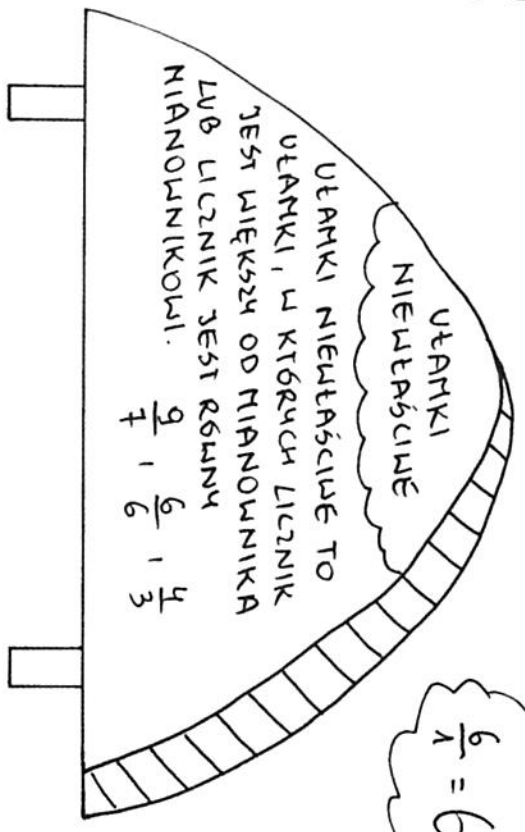
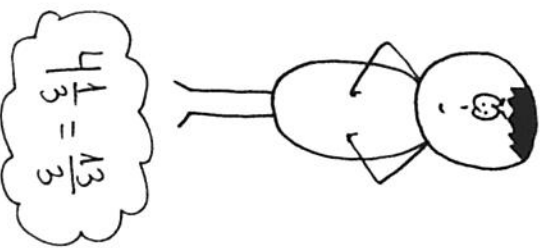


$\frac{3}{10} + \frac{6}{7} + \frac{2}{5}$

$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$



$2\frac{5}{8} + 1\frac{1}{5} + 3\frac{6}{7}$



$\frac{9}{7} + \frac{6}{6} + \frac{4}{3}$

$\frac{6}{1} = 6$

ZAMIANA UŁĄTKA NIEMWŁAŚCIWEGO NA LICZBĘ NATURALNĄ

$\frac{10}{5} = 2$
 $10 : 5 = 2$

ZAMIANA LICZBY NATURALNEJ NA UŁĄTEK NIEMWŁAŚCIWY

$3 = \frac{2 \cdot 3}{2} = \frac{6}{2}$

TAJĄ SAMA LICZBA TAK MIANOWNIK DOWOLNY MIANOWNIK

ZAMIANA UŁĄTKA NIEMWŁAŚCIWEGO NA LICZBĘ MIESZANĄ

$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$
 $7 : 3 = 2 \text{ r. } 1$
MIANOWNIK BEZ ZMIAN

ZAMIANA LICZBY MIESZANEJ NA UŁĄTEK NIEMWŁAŚCIWY

$2\frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 2 + 3}{4} = \frac{8 + 3}{4} = \frac{11}{4}$
MIANOWNIK BEZ ZMIAN

$5\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$

$\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

$$2\frac{1}{10} = \frac{2 \cdot 10 + 1}{10} = \frac{21}{10}$$

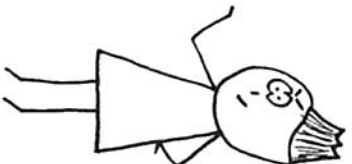


UŁAMKI WŁAŚCIWE,
NIEWŁAŚCIWE
I LICZBY MIESZANE

ZAMIANĘ LICZBY MIESZANEJ
NA UŁAMKI NIEWŁAŚCIWE.

$$\begin{array}{l} 2\frac{3}{4} = 10\frac{3}{4} = \\ 6\frac{1}{2} = 5\frac{2}{3} = \\ 1\frac{1}{8} = 6\frac{11}{20} = \\ 3\frac{3}{5} = 8\frac{2}{9} = \\ 4\frac{6}{7} = 1\frac{2}{11} = \\ 9\frac{1}{9} = 4\frac{3}{10} = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{30}{9} = 3\frac{3^{\cancel{3}}}{9^{\cancel{3}}} = 3\frac{1}{3} \\ \frac{110}{5} = 22 \end{array}$$



ZAMIANĘ UŁAMKI NIEWŁAŚCIWE
NA LICZBY MIESZANE LUB
LICZBY NATURALNE.

$$\begin{array}{l} \frac{12}{5} = 12\frac{2}{5} = \\ \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = \\ \frac{4}{2} = 2 = \\ \frac{17}{3} = 5\frac{2}{3} = \\ \frac{95}{10} = 9\frac{5}{10} = \end{array}$$

$$4\frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{8 + 1}{2} = \frac{9}{2}$$

DODAWANIE I ODEJMIWANIE UŁAMKÓW Z RÓŻNYCH O JEDNAKOWYCH MIANOWNIKACH

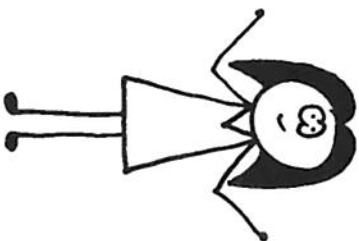
DODAWANIE
UŁAMKÓW

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

MIANOWNIK
BEZ ZMIAN

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

MOŻEMY SKRÓCIĆ
PRZEZ 4.

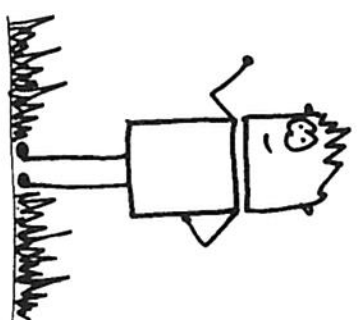


ODEJMIWANIE
UŁAMKÓW

$$\frac{1}{10} - \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

MIANOWNIK
BEZ ZMIAN

MOŻEMY SKRÓCIĆ
PRZEZ 5.



$$2\frac{1}{6} + 3\frac{5}{6} = 5\frac{6}{6} = 6$$

UŁAMEK NIEMŁĄSĆIWI
MOŻEMY ZAMIEŃIĆ
NA LICZBĘ NATURALNĄ.

$$3\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3} = 4\frac{4}{3} = 5\frac{1}{3}$$

UŁAMEK NIEMŁĄSĆIWI
ZAMIEŃIAMY NA LICZBĘ
NIECAŁĄ.

$$6\frac{5}{9} - 2\frac{1}{9} = 4\frac{4}{9}$$

$$2 - \frac{6}{7} = 1\frac{7}{7} - \frac{6}{7} = 1\frac{1}{7}$$

ZAMIEŃIAMY LICZBĘ
NATURALNĄ NA
UŁAMEK NIEMŁĄSĆIWI.

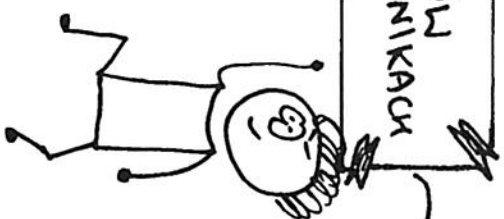
$$2 = 1 + 1 \quad 1 = \frac{7}{7}$$

$$4\frac{1}{6} - 2\frac{5}{6} = 3\frac{7}{6} - 2\frac{5}{6} = 1\frac{2}{6} = 1\frac{1}{3}$$

LUB

$$4\frac{1}{6} - 2\frac{5}{6} = \frac{25}{6} - \frac{17}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{2}{6} = 1\frac{1}{3}$$

DODAWANIE Ułamków
o JEDNAKOWYCH mIANOWNIKACH



$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$
 $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2}$
 $\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} = 5\frac{2}{3}$
 $\frac{6}{5} + 1\frac{2}{5} = 1\frac{8}{5} = 2\frac{3}{5}$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$$

$$\frac{6}{10} + \frac{3}{10} =$$

$$\frac{8}{9} + \frac{1}{9} =$$

$$\frac{9}{15} + \frac{6}{15} + \frac{3}{15} =$$

$$\frac{2}{17} + \frac{6}{17} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{5}{30} + \frac{3}{30} =$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{17}{5} + \frac{4}{5} =$$

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{4} =$$

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3} =$$

$$6\frac{1}{10} + 1\frac{3}{10} =$$

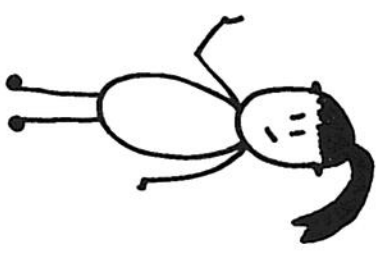
$$3\frac{8}{9} + 6\frac{4}{9} =$$

$$5\frac{3}{5} + 6\frac{1}{5} =$$

$$7\frac{2}{8} + 8\frac{4}{8} =$$

$$4\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4} =$$

ODEJMOWANIE UŁAMKÓW O JEDNAKOWYCH MIANOWNIKACH



$$3 - \frac{5}{9} = 2\frac{4}{9}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

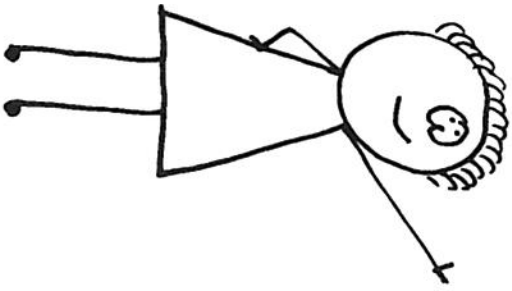
$$2\frac{3}{8} - 1\frac{2}{8} = 1\frac{1}{8}$$

$$3\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3} = 2\frac{4}{3} - 1\frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{2}{10} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$$

$$\frac{2}{9} - \frac{1}{9} =$$



$$2 - \frac{6}{4} =$$

$$3 - \frac{2}{5} =$$

$$1 - \frac{2}{3} =$$

$$6\frac{1}{5} - \frac{4}{5} =$$

$$2\frac{1}{2} - \frac{1}{2} =$$

$$16\frac{2}{4} - 13\frac{5}{4} =$$

$$4 - 2\frac{3}{10} =$$

$$4\frac{8}{9} - 3\frac{7}{9} =$$

$$2\frac{4}{11} - 1\frac{4}{11} =$$

$$5\frac{2}{5} - 2\frac{3}{5} =$$

$$9\frac{6}{13} - 7\frac{10}{13} =$$

$$10\frac{4}{10} - 3\frac{7}{10} =$$

$$7\frac{3}{8} - 2\frac{7}{8} =$$

$$6\frac{2}{17} - 4\frac{15}{17} =$$

DODAWANIE UŁAMKÓW O RÓŻNYCH MIANOWNIKACH

$$\square \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

ABY DODAĆ UŁAMKI O RÓŻNYCH MIANOWNIKACH, NALEŻY ROZSZERZYĆ OBIE UŁAMKI DO WSPÓLNEGO MIANOWNIKA.

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$\square \frac{1}{5} + \frac{2}{15} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{2}{15} = \frac{3}{15} + \frac{2}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

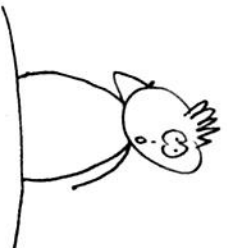
ZAUWAŻYŃ, ŻE $15 = 3 \cdot 5$.
DZIĘKI TEMU ROZSZERZYŃ TYLKO JEDEN UŁAMEK.

MIŃNIK MOŻEMY SKRÓCIĆ.

$$\square 2\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 2\frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 4} = 2\frac{5}{20} + \frac{4}{20} = 2\frac{9}{20}$$

WSPÓLNY MIANOWNIK TO 20.

$$4 \cdot 5 = 20$$



ABY SPRAWIĆ DODAWAĆ UŁAMKI O RÓŻNYCH MIANOWNIKACH, MUSISZ ZNAĆ TABLICZKĘ MNOŻENIA.

$$\square 3\frac{1}{10} + 2\frac{6}{7} = 3\frac{1 \cdot 7}{10 \cdot 7} + 2\frac{6 \cdot 10}{7 \cdot 10} = 3\frac{7}{70} + 2\frac{60}{70} = 5\frac{67}{70}$$

WSPÓLNY MIANOWNIK TO 70.

$$10 \cdot 7 = 70$$

$$\square 1\frac{4}{10} + 2\frac{1}{20} = 1\frac{4 \cdot 2}{10 \cdot 2} + 2\frac{1 \cdot 1}{20 \cdot 1} = 1\frac{8}{20} + 2\frac{1}{20} = 3\frac{9}{20} = 3\frac{3}{20}$$

WSPÓLNY MIANOWNIK TO 140.

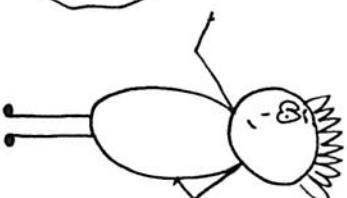
$$70 \cdot 2 = 140$$

$$20 \cdot 7 = 140$$

$$\square 9\frac{1}{2} + 3\frac{1}{6} = 9\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + 3\frac{1}{6} = 9\frac{3}{6} + 3\frac{1}{6} = 12\frac{4}{6} = 12\frac{2}{3}$$

ZAUWAŻYŃ, ŻE $6 = 2 \cdot 3$.
DZIĘKI TEMU ROZSZERZYŃ TYLKO JEDEN UŁAMEK.

MIŃNIK MOŻEMY SKRÓCIĆ.



DODAWANIE UŁAMKÓW O RÓŻNYCH MIANOWNIKACH



$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 1} + \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 4} = \frac{21}{28} + \frac{4}{28} = \frac{25}{28}$$

$$2\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 2\frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} + \frac{1}{8} = 2\frac{4}{8} + \frac{1}{8} = 2\frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{4} =$$

$$2\frac{1}{8} + 3\frac{1}{3} =$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{9} =$$

$$4\frac{1}{6} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{2}{9} + 1\frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{18} =$$

$$\frac{4}{9} + 5\frac{1}{6} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$$

$$3\frac{3}{5} + 6\frac{1}{4} =$$

$$\frac{5}{11} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{9}{5} + \frac{1}{10} =$$

$$\frac{6}{7} + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{6}{4} + \frac{9}{2} =$$

ODEJMOWANIE UŁAMKÓW O RÓŻNYCH MIANOWNIKACH

$$\bullet \frac{7}{8} - \frac{1}{2} = \frac{7}{8} - \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$$

8 = 4 · 2
 WYSTARCZY ROZSZERZYĆ TYLKO JEDEN UŁAMEK. WSPÓLNY MIANOWNIK TO 8.

$$\bullet 2\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = 2\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} - \frac{3}{4} = 2\frac{2}{4} - \frac{3}{4} = 1\frac{6}{4} - \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$$

4 = 2 · 2
 WYSTARCZY ROZSZERZYĆ TYLKO JEDEN UŁAMEK. WSPÓLNY MIANOWNIK TO 4.

ABY ODDAĆ, NALEŻY POZYCZYĆ OD CAŁOŚCI.

$$2 = \frac{4}{4} + 1$$

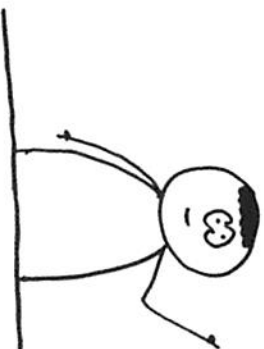
$$2\frac{2}{4} = 1\frac{2+4}{4} = 1\frac{6}{4}$$

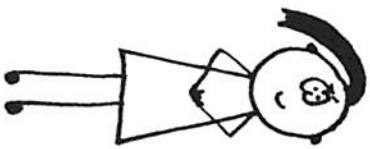
$$\bullet \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 4}{4 \cdot 5} = \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{1}{20}$$

4 · 5 = 20
 WSPÓLNY MIANOWNIK TO 20.

$$\bullet \underbrace{5 - 2\frac{1}{3}}_{5 - 2\frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - 1\frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = 2\frac{8}{12} - 1\frac{3}{12} = 1\frac{5}{12}$$

12 = 3 · 4
 WSPÓLNY MIANOWNIK TO 12.





ODEJMOWANIE UŁAMKÓW O RÓŻNYCH MIANOWNIKACH



$$\frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{8}{20} - \frac{5}{20} = \frac{3}{20}$$

$$2\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = 2\frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 2\frac{2}{6} - \frac{3}{6} = 1\frac{8}{6} - \frac{3}{6} = 1\frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{10} - \frac{1}{30} =$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} =$$

$$5\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4} =$$

$$2\frac{1}{8} - \frac{2}{8} =$$

$$1\frac{4}{7} - \frac{9}{11} =$$

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{8} =$$

$$\frac{12}{13} - \frac{4}{26} =$$

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{10} =$$

$$\frac{9}{13} - \frac{3}{8} =$$

$$3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} =$$

$$9\frac{3}{10} - 2\frac{3}{20} =$$

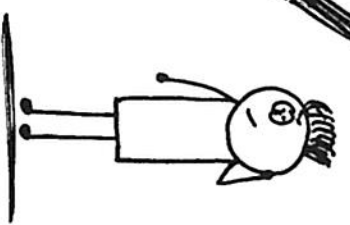
$$6\frac{2}{9} - 4\frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$$

MNOŻENIE Ułamka PRZEZ LICZBĘ NATURALNĄ

$$3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

LICZBĘ MNOŻYMY PRZEZ LICZNIK.
MIANOWNIK BEZ ZMIAN



$$3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

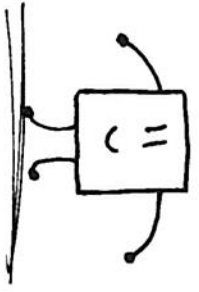
ZANIPANNA MNOŻENIA NA DODAWANIE

OBLICZANIE Ułamka z DANEJ LICZBĄ

M KLASIE JEST 30 UCZNIÓW. $\frac{1}{3}$ TEJ KLASY TO CHTOPCY. JLU JEST CHTOPCÓW?

$$\frac{1}{3} \cdot 30 = \frac{1 \cdot 30}{3} = \frac{30}{3} = 10$$

JESLI JEST TO POZYWE, TO SKRACAMY MIANOWNIK z LICZBĄ.



MNOŻENIE Ułamków MNOŻYMY LICZNIK PRZEZ LICZNIK, A MIANOWNIK PRZEZ MIANOWNIK.



$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$$

$$3\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{7}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

LICZBĘ NIESZANĄ ZANIEPIANĄ NA UłamEK NIEWŁĄDZĄCY.

MOŻEMY SKRÓCIĆ.

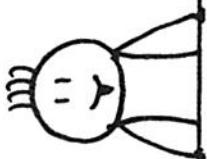
$$\left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 8} = \frac{9}{64}$$

ZANIEPIANĄ POTĘGOWANIE NA MNOŻENIE.

$$\left(2\frac{1}{6}\right)^2 = 2\frac{1}{6} \cdot 2\frac{1}{6} = \frac{13}{6} \cdot \frac{13}{6} = \frac{169}{36} = 4\frac{25}{36}$$



MNOŻENIE UŁAMKÓW



$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

$$2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$3\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{10} =$$

$$6\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} =$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$2\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{14} =$$

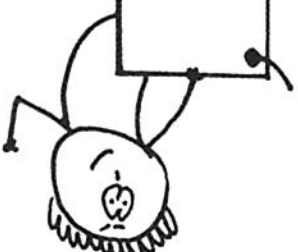
$$\frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{8} =$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{10} =$$

$$\frac{10}{4} \cdot \frac{8}{7} =$$

$$\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{3} =$$

MNOŻENIE UŁAMKA PRZEZ LICZBĘ NATURALNĄ



$$2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 6 =$$

$$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$6 \cdot \frac{1}{5} =$$

$$\frac{3}{5} \cdot 2 =$$

$$\frac{1}{10} \cdot 3 = \frac{1 \cdot 3}{10} = \frac{3}{10}$$

$$3 \cdot \frac{11}{10} =$$

$$3\frac{1}{2} \cdot 3 =$$

$$\frac{1}{9} \cdot 8 =$$

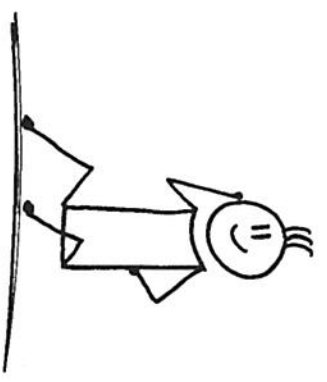
$$2 \cdot 4\frac{1}{3} =$$

ODMROTNOŚĆ
UŁAMKA



DZIELENIE UŁAMKÓW

ZMIENIAMY DZIELENIE
NA MNOŻENIE,



ODWRACAMY UŁAMEK.

$$\frac{2}{3} \rightarrow \frac{3}{2}$$

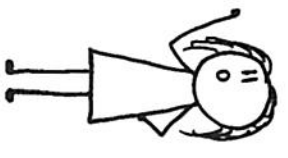
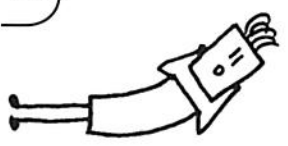
$$\frac{1}{5} \rightarrow \frac{5}{1} = 5$$

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3} \rightarrow \frac{3}{7}$$

ABY ODMRÓCIĆ LICZBĘ
MIESZANĄ, NALEŻY
NAPRZECIEM ZAMIENICIĆ
JĄ NA UŁAMEK
NIEWŁĄŚCIWY.

$$3 = \frac{3}{1} \rightarrow \frac{1}{3}$$

ABY ODMRÓCIĆ LICZBĘ
NATURALNĄ, NALEŻY
NAPRZECIEM ZAMIENICIĆ
JĄ NA UŁAMEK
NIEWŁĄŚCIWY.



$$\frac{5}{8} : 15 = \frac{5}{8} : \frac{15}{1} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1 \cdot 1}{8 \cdot 3} = \frac{1}{24}$$

LICZBĘ NATURALNĄ
ZMIENIAMY NA
UŁAMEK NIEWŁĄŚCIWY.

ODWRACAMY UŁAMEK.

$$2 : \frac{3}{5} = 2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

ODWRACAMY UŁAMEK I ZMIENIAMY DZIAŁANIE.

$$\frac{2}{5} : \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{1} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

DZIELNĄ BEZ ZMIAN, ODMRACAMY DZIELNIK.

$$3\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = \frac{7}{2} : \frac{2}{5} = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 2} = \frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$$

LICZBĘ MIESZANĄ ZMIENIAMY NA UŁAMEK
NIEWŁĄŚCIWY.

DZIELLENIE Ułamków

$$2\frac{1}{5} : \frac{3}{4} = \frac{11}{5} : \frac{3}{4} = \frac{11}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{44}{15} = 2\frac{14}{15}$$

$$\frac{3}{8} : \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{9} : 3 = \frac{7}{9} : \frac{3}{1} = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{27}$$

$$4 : 1\frac{1}{2} = 4 : \frac{3}{2} = 4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

! OBLICZ

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{4} =$$

$$1 : \frac{4}{5} =$$

$$2\frac{1}{4} : \frac{30}{41} =$$

$$\frac{8}{9} : 1\frac{3}{9} =$$

$$\frac{2}{9} : 3 =$$

$$5\frac{1}{2} : \frac{11}{12} =$$

$$2 : 1\frac{1}{3} =$$

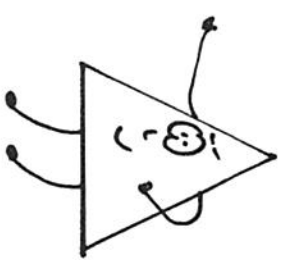
$$3\frac{4}{9} : 1\frac{1}{5} =$$

$$1\frac{1}{4} : 2\frac{1}{5} =$$

$$4\frac{1}{3} : \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{8} =$$

$$6\frac{1}{4} : \frac{9}{14} =$$



OBLICZANIE LICZBY Z DANEGO JEJ UŁAMKA

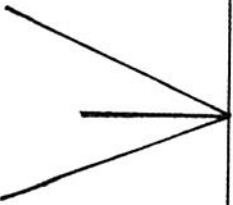
Wzrost
Wzrost

PANI KASIA CO MIESIĄC ODKŁADA 300 ZŁ, CO STANOWI $\frac{2}{3}$ JEJ PENSIJI. JLE ZARABIA PANI KASIA?

$$300 : \frac{2}{3} = 300 \cdot \frac{3}{2} = \frac{150 \cdot 3}{1} = 1350 \text{ ZŁ}$$

ZMIENIAMY ZNAK DZIAŁANIA I ODMYKAJEMY DZIELNIK.

ODP.: PANI KASIA ZARABIA 1350 ZŁ MIESIĘCZNIE.



ABY OBLICZYĆ LICZBĘ NA PODSTAWIE JEJ UŁAMKA, NALEŻY PODZIELIĆ LICZBĘ PRZEZ UŁAMEK.

Z KLASÓWKI Z MATEMATYKI 16 UCZNIÓW, CZYLI $\frac{4}{5}$ KLASY, OTRZYMAŁO STOPIEŃ DOSTATECZNY. ILU UCZNIÓW LICZY TA KLASA?

$$16 : \frac{4}{5} = 16 \cdot \frac{5}{4} = \frac{4 \cdot 5}{1} = 20$$

ZMIENIAMY ZNAK DZIAŁANIA I ODMYKAJEMY DZIELNIK.

ODP.: W TEJ KLASIE JEST 20 UCZNIÓW.

$$2\frac{1}{5} : \frac{3}{5} \rightarrow \frac{11}{5} \cdot \frac{5}{3} \rightarrow \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$

$$6 : \frac{1}{3} = 6 \cdot \frac{3}{1} = 18$$

$$\frac{1}{3} : 6 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

ABY SPRAWIĆ OBLICZYĆ LICZBĘ Z DANEGO JEJ UŁAMKA, MUSISZ WIEC DZIELIĆ UŁAMKI.

OBLICZANIE LICZBY Z DANEGO JEJ UŁAMKA

$$10 : \frac{2}{3} = 10 \cdot \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 3}{1} = 15$$

1 ZOSIA UZBIERAŁA JUŻ 600 ZŁ NA WAKACJE, CO STANOWI $\frac{1}{3}$ POTRZEBNEJ KWOTY. OBLICZ, ILE PIENIĘDZY MUSI UZBIERAĆ ZOSIA.

2 ZUZIA ZA $\frac{3}{8}$ SWOICH OSZCZĘDNOŚCI KUPIŁA DESKOROLKĘ, ZA KILKĄ ZARĘCITA 150 ZŁ. JLE OSZCZĘDNOŚCI MIAŁA ZUZIA?

OBLICZ LICZBĘ, KTÓREJ

1 $\frac{1}{3}$ JEST RÓWNA 15

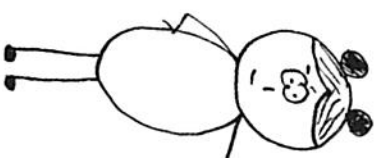
2 $\frac{3}{4}$ JEST RÓWNE 8

3 $\frac{6}{7}$ JEST RÓWNE 10

4 $\frac{1}{10}$ JEST RÓWNA $3\frac{3}{4}$

5 $\frac{1}{5}$ JEST RÓWNA $2\frac{1}{2}$

DZIAŁANIA NA UŁAMKACH ZWYKŁYCH



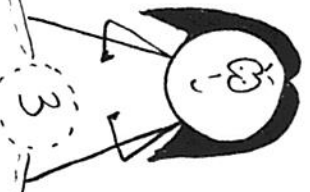
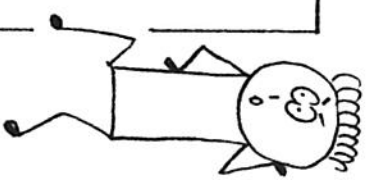
- KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ
1. DZIAŁANIA W NAWIASACH
 2. POTĘGOWANIE
 3. MNOŻENIE I DZIELENIE W KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA
 4. DODAWANIE I ODEJMIOWANIE W KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \cdot \frac{4^1}{5^1} = \frac{4}{5}$$

NAPRIERW POTĘGOWANIE

ZAHIANIA POTĘGOWANIA

ZAHIANIA MNOŻENIE



$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} + \frac{1}{3} = \frac{6}{9} + \frac{1}{3} = \frac{6}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

NAPRIERW MNOŻENIE

SPROWADZAMY DO WSPÓLNEGO MIANOWNIKA

$$\left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}\right) : \frac{1}{4} = \left(2\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} - 1\frac{3}{4}\right) : \frac{1}{4} = \left(2\frac{2}{4} - 1\frac{3}{4}\right) : \frac{1}{4} = \left(1\frac{6}{4} - 1\frac{3}{4}\right) : \frac{1}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4^1}{1^1} = \frac{3}{1} = 3$$

NAPRIERW ODEJMIOWANIE (WSPÓLNY MIANOWNIK)

SPROWADZAMY DO WSPÓLNEGO MIANOWNIKA

ZMIANA DZIAŁANIA, ODWRACAMY DZIELNIK

ZAHIRANA VEARIKA
ZHYKLEGO NA
DZIESIETNY

$\frac{3}{10} = 0,3$

W MIANOWNIKU JEST 10
(JEDNO ZERO), CZYLI PO
PRZECINKU MUSI BYĆ
JEDNO MIEJSCE.

$2 \frac{31}{100} = 2,31$

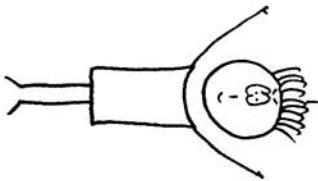
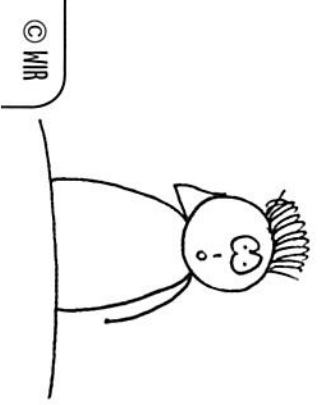
PO PRZECINKU MUSZĄ
BYĆ DWA MIEJSCA,
PONIEWAŻ W MIANOWNIKU
JEST 100.

$\frac{2}{100} = 0,02$

PO PRZECINKU MUSZĄ
BYĆ DWA MIEJSCA,
PONIEWAŻ W MIANOWNIKU
JEST 100.

$2 \frac{19}{1000} = 2,019$

PO PRZECINKU MUSZĄ
BYĆ TRZY MIEJSCA,
PONIEWAŻ W MIANOWNIKU
JEST 1000.



ZAHIRANA VEARIKA
DZIESIETNEGO NA
ZHYKLY

$0,7 = \frac{7}{10}$

W MIANOWNIKU WPISUJEMY
10, PONIEWAŻ PO PRZECINKU
JEST JEDNO MIEJSCE.

$3,601 = 3 \frac{601}{1000}$

W MIANOWNIKU WPISUJEMY
1000, PONIEWAŻ MAJĄ TRZY
MIEJSCA PO PRZECINKU.

$4,01 = 4 \frac{1}{100}$

W MIANOWNIKU WPISUJEMY
100, PONIEWAŻ PO PRZECINKU
MAJĄ DWA MIEJSCA.

$1,003 = 1 \frac{3}{1000}$

W MIANOWNIKU WPISUJEMY
1000, PONIEWAŻ PO PRZECINKU
MAJĄ TRZY MIEJSCA.

ZAMIANA UŁAMKA ZWYKŁEGO NA DZIESIĘTNY

$$\frac{2}{10} =$$

$$\frac{35}{100} =$$

$$2\frac{1}{100} =$$

$$\frac{216}{100} =$$

$$3\frac{25}{1000} =$$

$$\frac{9}{100} =$$

$$\frac{61}{10} =$$

$$\frac{11}{100} =$$

$$\frac{2}{10000} =$$


$$1\frac{7}{10} =$$

$$5\frac{11}{100} =$$

$$\frac{18}{10000} =$$

$$4\frac{31}{1000} =$$

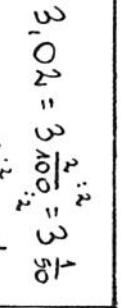
$$1\frac{1}{10} =$$



$$\frac{1}{100} = 0,01$$

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

$$2\frac{25}{100} = 2,25$$



$$3,02 = 3\frac{2}{100} = 3\frac{1}{50}$$

$$3,2 = 3\frac{2}{10} = 3\frac{1}{5}$$

$$3,02 \neq 3,2$$

ZAMIANA UŁAMKA DZIESIĘTNEGO NA ZWYKŁY

$$0,24 =$$

$$0,8 =$$

$$3,287 =$$

$$0,07 =$$

$$0,006 =$$

$$2,4 =$$

$$61,5 =$$

$$6,2 =$$

$$2,006 =$$


$$4,94 =$$

$$10,8 =$$

$$5,6 =$$

$$1,0003 =$$

$$0,0025 =$$

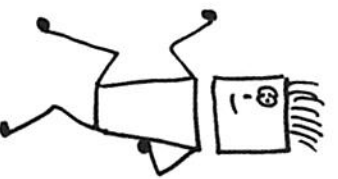


$$0,05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$2,13 = 2\frac{13}{100}$$

$$3,621 = 3\frac{621}{1000}$$

ZAMIANA Ułamka zwykłego na dziesiętny



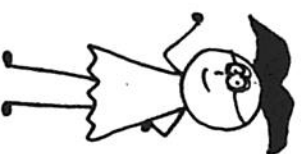
$$\frac{4}{100} = 0,04$$

NIE NA CĄTOŚCI, WIĘC PRZED PRZECINKIEM JEST 0 (ZERO).
W MIANOWNIKU JEST 100, WIĘC PO PRZECINKU MUSZA BYĆ DWA MIEJSCA: JEDNO MIEJSCE ZAJMUJE 4 Z LICZNIKA, A DRUGIE MIEJSCE UZUPEŁNIAMY ZEREM.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = 0,4$$

ABY ZAPISZĆ Ułamek, KTÓRY W MIANOWNIKU MA INNĄ LICZBĘ NIŻ 10, 100, 1000..., NALEŻY ROZSZERZYĆ Ułamek, TAK BY W MIANOWNIKU BYŁO 10, 100, 1000...

ZAMIANA Ułamka dziesiętnego na zwykły



$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0,375$$

$$\frac{1}{20} = \frac{1 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{5}{100} = 0,05$$

$$\frac{1}{125} = \frac{1 \cdot 8}{125 \cdot 8} = \frac{8}{1000} = 0,008$$

$$\frac{3}{40} = \frac{3 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{75}{1000} = 0,075$$

$$2\frac{1}{50} = 2\frac{1 \cdot 2}{50 \cdot 2} = 2\frac{2}{100} = 2,02$$

$$3\frac{3}{4} = 3\frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = 3\frac{75}{100} = 3,75$$

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{1}{10} = 0,1 \quad \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{1}{8} = 0,125 \quad \frac{3}{4} = 0,75$$

$$1\frac{1}{2} = 1,5$$

WARTO ZAPAMIĘTAĆ!

ZAMIANA Ułamka dziesiętnego na zwykły

$$3,2 = 3\frac{2}{10} = 3\frac{2:2}{10:2} = 3\frac{1}{5}$$

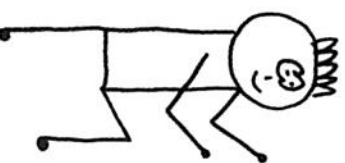
ROZNA SKRÓCIĆ.
JEDNO MIEJSCE PO PRZECINKU, WIĘC W MIANOWNIKU JEST 10.

$$6,31 = 6\frac{31}{100}$$

DWA MIEJSCA PO PRZECINKU, WIĘC W MIANOWNIKU JEST 100.

$$0,002 = \frac{2}{1000} = \frac{2:2}{1000:2} = \frac{1}{500}$$

TRZY MIEJSCA PO PRZECINKU, WIĘC W MIANOWNIKU JEST 1000.



ZAMIANA WŁAMKA ZWYKŁEGO
NA DZIESIĘTNY

$$\frac{1}{10} =$$

$$\frac{7}{100} =$$

$$\frac{1}{2} =$$

$$\frac{3}{20} =$$

$$2\frac{1}{5} =$$

$$6\frac{3}{4} =$$

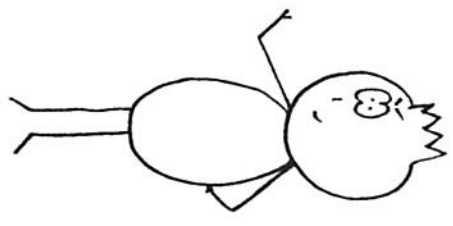
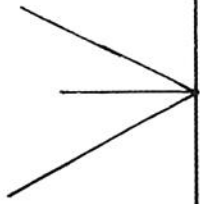
$$1\frac{13}{500} =$$

$$8\frac{11}{100} =$$

$$\frac{13}{100} = 0,13$$

$$2\frac{3}{5} = 2\frac{6}{10} = 2,6$$

$$1\frac{2}{50} = \frac{2}{100} = 0,02$$



ZAMIANA WŁAMKA DZIESIĘTNEGO
NA ZWYKŁY

$$2,51 =$$

$$3,02 =$$

$$0,66 =$$

$$0,092 =$$

$$0,03 =$$

$$5,22 =$$

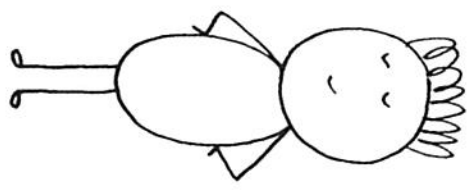
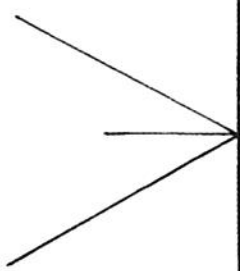
$$0,001 =$$

$$4,99 =$$

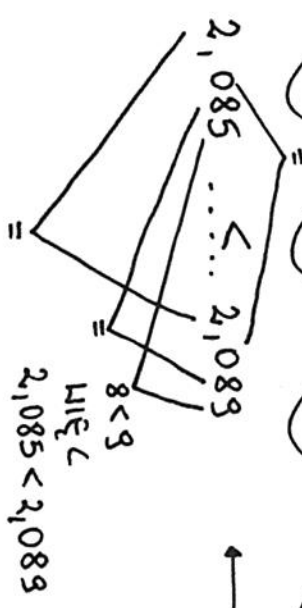
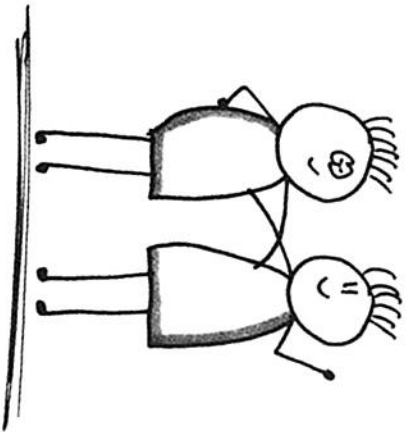
$$3,5 = 3\frac{5}{10} = 3\frac{1}{2}$$

$$0,02 = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$$

$$3,24 = 3\frac{24}{100}$$

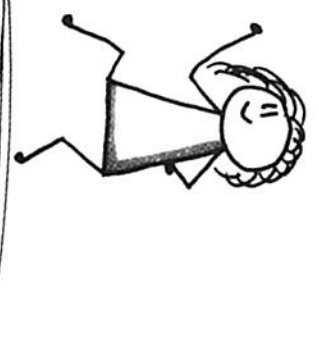


PORÓWNYWANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH



← PORÓWNUJEMY PO KOLEI WSZYŚKIE CYFRY.

JEŚLI BRAKUJE CYFR, MOŻEMY ROZSZERZYĆ UŁAMEK (DOPISAĆ ZERO).



UPORZĄDKUJ PODANE LICZBY:

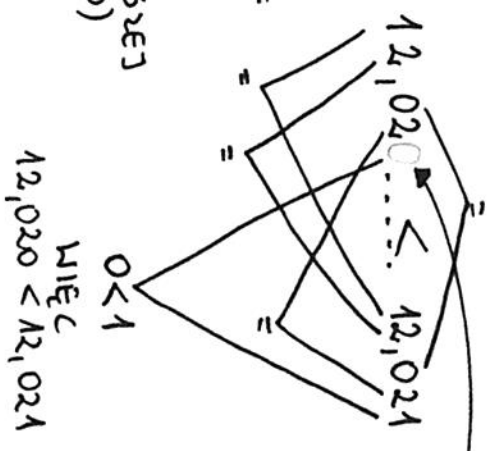
28,03 28,031 28,36

A) W KOLEJNOŚCI OD NAJWIĘKSZEJ DO NAJMNIEJSZEJ (НАЛЕЖАЄ ДО НАЙВІСЬШЕЇ ТА НАЙМЕНШЕЇ)

28,36 > 28,031 > 28,03

B) W KOLEJNOŚCI OD NAJMNIEJSZEJ DO NAJWIĘKSZEJ (РОСНАЄ ДО РОСНАЄ)

28,03 < 28,031 < 28,36



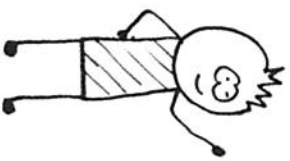
SPRÓBUJ PORÓWNAĆ UŁAMKI.

WSTAW ODPOWIEDNI ZNAK: >, <, =.

- 1) 2,001 3,001
- 2) 6,38 6,382
- 3) 12,01 12,001
- 4) 14,99 14,999
- 5) 16,99 17
- 6) 0,5 0,6
- 7) 0,08 0,89
- 8) 3,01 3,010

ROZSZERZANIE I SKRACANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

ROZSZERZENIE UŁAMKA DZIESIĘTNEGO
TO DOPISANIE ZER ZA OSTATNIĄ CYFRĄ
UŁAMKA.



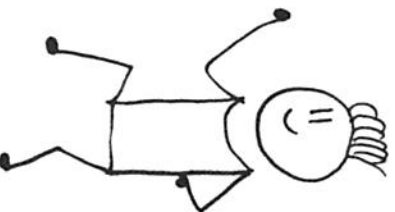
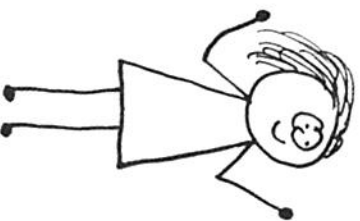
$$\checkmark 0,95 = 0,950 = 0,95000$$

MOŻEMY DOPISAĆ JEDNO
ZERO LUB WIĘCEJ.

$$\checkmark 9,8 = 9,800$$

$$\checkmark 3,03 = 3,030$$

MOŻEMY DOPISAĆ
JEDNO LUB WIĘCEJ
ZER.



SKRÓCENIE UŁAMKA DZIESIĘTNEGO
TO SKRÓCENIE W UŁAMKU ZER
WYSTĘPUJĄCYCH PO OSTATNIEJ CYFRZE
INNEJ NIŻ ZERO PO PRAWIEJ STRONIE
PRZECINKA.

$$\checkmark 68,900 = 68,9$$

SKRÓCAMY DWA ZERA.

$$\checkmark 30,030 = 30,03$$

SKRÓCAMY JEDNO ZERO.

TEGO ZERA NIE MOŻEMY SKRÓCIĆ.

$$\checkmark 12,00 = 12$$

2 UŁAMKA DZIESIĘTNEGO
POWSTAŁA LICZBA NATURALNA.

PORÓWNYWANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

- ▷ 4,09 ... 8,09 ▷ 4,85 ... 4,850
- ▷ 2,03 ... 2,05 ▷ 9,04 ... 9,4
- ▷ 0,04 ... 0,1 ▷ 1,025 ... 1,024
- ▷ 9,0 ... 9 ▷ 3,38 ... 3,48



6,084 < 6,094
4,020 > 4,022
3,00 = 3,0

- ▷ 2,29 ... 2,09
- ▷ 10 ... 10,1
- ▷ 13,849 ... 13,889
- ▷ 0,015 ... 0,013

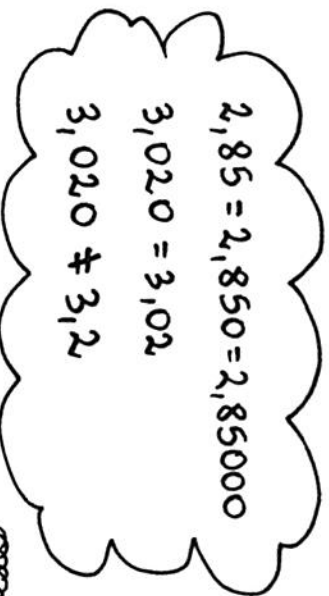
ROZSZERZANIE I SKRACANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

SKRÓĆ:

- ▷ 0,850 =
- ▷ 3,0200 =
- ▷ 11,950 =
- ▷ 3,300 =
- ▷ 0,0040 =

ROZSZERZ.

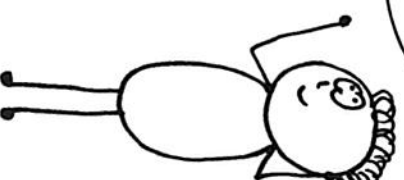
- ▷ 2,5 =
- ▷ 0,8 =
- ▷ 33,4 =
- ▷ 6,95 =
- ▷ 0,28 =



2,85 = 2,850 = 2,85000

3,020 = 3,02

3,020 ≠ 3,2



WYRAZENIA DUMMIANOWANE

WYRAZENIA DUMMIANOWANE
NAZA DWA MIANA.



ZAMIANA WYRAZENI
DUMMIANOWANYCH
NA WYMIKI DZIESIETNE

* $2z\ 65qr = 2,65z$ $2z\ 65qr = 2,65z$

1-1 = 100qr
PO PRZECINKU MUSZA
BYC DWA MIEJSCA.

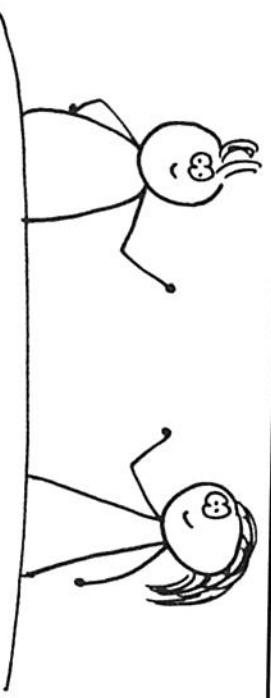
* $3km\ 20m = 3,02km$ PUTE MIEJSC
UZUPETNIAMY
ZEREM.

1km = 1000m
PO PRZECINKU MUSZA
BYC TRZY MIEJSCA.

$3km\ 20m = 3,020km = 3,02km$

* $2dm\ 2cm = 2,2dm$ $2dm\ 2cm = 2,2dm$
1dm = 10cm JEDNO MIEJSC
PO PRZECINKU.

3z 25qr 1kg 30dag
2km 200m 2m 30cm
1t 2kg



ZAPISYWANIE W POSTACI
WYRAZENI DUMMIANOWANYCH

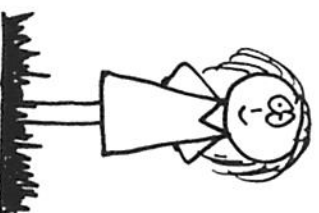
* $4,8dm = 4dm\ 8cm$

1dm = 10cm

* $116,9dag = 116dag\ 9g$

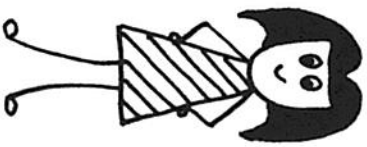
1dag = 10g

* $2,006km = 2km\ 6m$
1km = 1000m



- 1dm = 10cm
- 1m = 10dm
- 1m = 100cm
- 1km = 1000m
- 1t = 1000kg
- 1kg = 100dag
- 1kg = 1000g
- 1dag = 10g
- 1z = 100qr

WYRAZENIA DWUMIANOWANE



2 dm 3 mm = 2,03 dm
5 m 31 mm = 5,031 m
2 km 2 m = 2,002 km

ZAPISZ W POSTACI WYRAZENIA
DWUMIANOWANEGO.

2,35 dm =

3,82 kg =

11,025 km =

46,2 dag =

3,095 t =

8,08 m =

WYRAZENIA DWUMIANOWANE ZAPISZ
W POSTACI WYRAZENIA DZIESIĘTNYCH.

4 t 20 gr =

5 m 3 cm =

6 km 28 cm =

3 kg 20 dag =

2 t 305 kg =

10 t 2 gr =

5 dm 3 mm =

7 m 33 mm =

12 kg 3 g =

2 km 305 m =

DODAWANIE I ODEJNOWANIE WŁANKÓW DZIESIĘTNYCH



DODAWANIE WŁANKÓW
DZIESIĘTNYCH
 $2,85 + 1,37 = 4,22...$

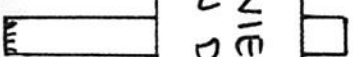
$$\begin{array}{r} ^{+1} \\ 2,85 \\ + 1,37 \\ \hline 4,22 \end{array}$$

PODPISUJEMY PRZECINEK
POD PRZECINKIEM,
DODAJEMY SPOSOBEM
PISENNYM.
PRZECINEK ZOSTAJE
W TYM SAMYM MIEJSCU.

$$43,5 + 1,98 = 45,48.$$

$$\begin{array}{r} ^{+1} \\ 43,50 \\ + 1,98 \\ \hline 45,48 \end{array}$$

PUSTE MIEJSCA
UZUPELNIAMY
ZEREM.



ODEJNOWANIE
WŁANKÓW
DZIESIĘTNYCH

$$38,02 - 16,11 = 21,91$$

$$\begin{array}{r} \\ 38,02 \\ - 16,11 \\ \hline 21,91 \end{array}$$

PODPISUJEMY
PRZECINEK POD
PRZECINKIEM,
ODEJNUJEMY SPOSOBEM
PISENNYM.

$$600 - 581,89 = 18,11.$$

$$\begin{array}{r} 599,90 \\ - 581,89 \\ \hline 18,11 \end{array}$$

DOPISUJEMY
PRZECINEK PO
OSTATNIEJ CYFRZE,
PUSTE MIEJSCA
UZUPELNIAMY
ZERAMI.

$$382,08 - 121,99 = 260,09$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 382,08 \\ - 121,99 \\ \hline 260,09 \end{array}$$



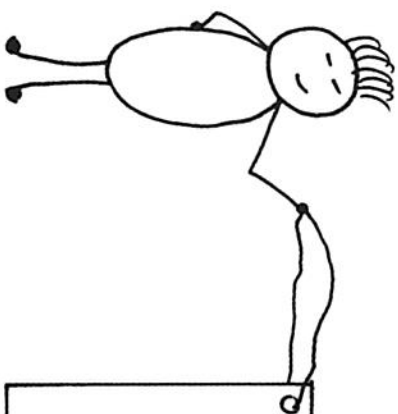
$$2,86 + 0,97 = 3,83$$

$$\begin{array}{r} +1 +1 \\ 2,86 \\ + 0,97 \\ \hline 3,83 \end{array}$$

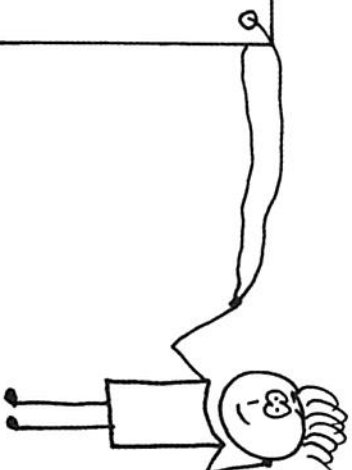
$$22,61 + 3,9 = 26,51$$

$$\begin{array}{r} +1 \\ 22,61 \\ + 3,90 \\ \hline 26,51 \end{array}$$

DOPISUJEMY
ZERO



DODAWANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH



$$12,6 + 0,68 =$$

$$\S 6,99 + 3,85 =$$

$$\S 216,002 + 4,41 =$$

$$121,09 + 0,38 =$$

$$0,6 + 3,95 =$$

$$259,01 + 66,09 =$$

ODEJMOWANIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

- $50 - 24,93 =$

- $53,84 - 29,358 =$

- $13,001 - 0,875 =$

- $2,2 - 1,959 =$

- $0,68 - 0,399 =$

- $44,45 - 39,86 =$

- $108,35 - 68,97 =$

- $11,836 - 9,971 =$

$$30 - 24,953 = 2,047$$

$$\begin{array}{r} 29,990 \\ - 24,953 \\ \hline 2,047 \end{array}$$

$$23,05 - 2,97 = 20,08$$

$$\begin{array}{r} 29,15 \\ - 2,97 \\ \hline 20,08 \end{array}$$

- $120,01 - 19,97 =$

- $144,95 - 136,69 =$



MNOŻENIE I DZIELENIE UFANKÓW DZIESIĘTNYCH PRZEZ 10, 100, 1000...

MNOŻENIE UFANKÓW
DZIESIĘTNYCH PRZEZ
10, 100, 1000...

JEZELI UFANEK DZIESIĘTNY
MNOŻYMY PRZEZ 10, TO PRZECINEK
PRZESUWAMY O JEDNO MIEJSCE
W PRAWO, PRZEZ 100 - O DWA
MIEJSCA W PRAWO, PRZEZ 1000 -
O TRZY MIEJSCA W PRAWO ITD.

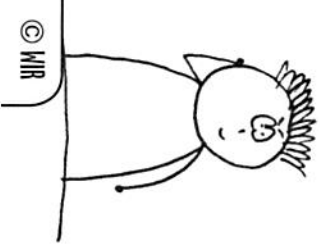
$$2,85 \cdot 10 = 28,5$$

$$300,02 \cdot 100 = 30002,0 = 30002$$

$$6,8751 \cdot 1000 = 6875,1$$

$$2,5 \cdot 100 = 250,0 = 250$$

DOPISUJEMY "SZTUCZNE" ZERA
(POZYCZAJĄCY UFANEK), ABY
ŁATWIEJ NAM BYŁO PRZESUNĄĆ
PRZECINEK.



$$\begin{array}{r} 697,09 : 100 \cdot 10 = 6,9709 \cdot 10 = 69,709 \\ 6,9709 \end{array}$$

DZIELENIE UFANKÓW
DZIESIĘTNYCH PRZEZ
10, 100, 1000, ...

JEZELI UFANEK DZIESIĘTNY
DZIELIMY PRZEZ 10, TO PRZECINEK
PRZESUWAMY O JEDNO MIEJSCE
W LEWO, PRZEZ 100 - O DWA
MIEJSCA W LEWO, PRZEZ 1000 -
O TRZY MIEJSCA W LEWO ITD.

$$36,95 : 10 = 3,695$$

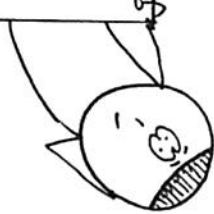
$$600,81 : 100 = 6,0081$$

$$2,5 : 100 = 0,025, 5 : 100 = 0,025$$

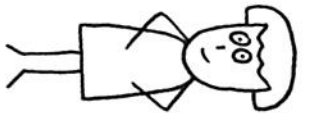
$$25,1 : 100 = 0,251$$

DOPISUJEMY "SZTUCZNE" ZERA,
ABY ŁATWIEJ NAM BYŁO
PRZESUNĄĆ PRZECINEK.

DOPISUJEMY ZERA PRAZDNO PRZECINKIEM.



MNOŻENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH



$1.5 = 5$

$2.1 \cdot 3.51 = 7.371$

$0.1 \cdot 0.5 = 0.05$

$0.3 \cdot 0.01 = 0.003$

Z SZYBKIEGO SPOSOBU MOŻESZ SKORZYSTAĆ TYLKO WTEDY, GDY POTRAFIŚZ OBLICZYĆ ILOCIJNY LICZB RÓŻNYCH OD ZERA W PAMIĘCI.

$$\begin{array}{r} 3,51 \\ \cdot 2,1 \\ \hline 7,02 \\ 351 \\ \hline 7,371 \end{array}$$

MYŚLIWUSZCZY LICZBY DO PRAWEJ STRONY. NASTĘPNIE MNOŻYMY RÓŻNIE, TAK JAKBY LICZBY NIE MIAŁY PRZECINKÓW.

OKREŚLANIU POŁOŻENIE PRZECINKA:
3,51 - 2 MIEJSCA PO PRZECINKU
2,1 - 1 MIEJSCIE PO PRZECINKU
2+1 = 3 - 3 MIEJSCA PO PRZECINKU MUSIĄ BYĆ W WYNIKU.

$$\begin{array}{r} 0,01 \\ - 0,3 \\ \hline 0,000 \\ + 0,000 \\ \hline 0,0003 \end{array}$$

$0.1 \cdot 5 = 0.5$

1. $1 \cdot 3 = 3$ - MNOŻYMY LICZBY KĄBINE OD ZERA
2. $1 + 2 = 3$ - OKREŚLANIU POŁOŻENIE (0,3) (0,01)

$0.1 \cdot 0.0005 = 0.00005$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \cdot 0 \\ \hline 0 \\ \cdot 0 \\ \hline 0 \\ \cdot 0 \\ \hline 0 \\ \cdot 3 \\ \hline 0003 \end{array}$$

PUSTE MIEJSCA UZUPEŁNIAMY ZERAMI

WYNIK MNOŻENIA

$0.1 \cdot 0.05 = 0.005$

- W KTÓRYM PRZYKŁADZIE MOŻESZ SKORZYSTAĆ Z SZYBKIEGO SPOSOBU?
- $0.3 \cdot 0.2$
 - $1.9 \cdot 3.3$
 - $6.02 \cdot 9.5$
 - $0.01 \cdot 0.5$
 - $0.6 \cdot 0.4$
 - $0.8 \cdot 1.95$
 - $0.7 \cdot 0.2$

СПОСОБ ПИСЬМЫ

$$\begin{array}{r} 2,12 \\ \cdot 0,6 \\ + 000 \\ \hline 1,272 \end{array}$$

ОБЛИЧ СПОСОБЕН ПИСЬМЫМ.

☞ $2,12 \cdot 0,02$

$$\begin{array}{r} 2,12 \\ \cdot 0,02 \\ \hline \end{array}$$

☞ $2,18 \cdot 3,61$

5246K1 СПОСОБ

$0,3 \cdot 0,2 = 0,06$

МНОЖЕНИЕ УЛАНКОВ ДЗЕСИЭТНЫХ

☞ $0,7 \cdot 2,85$

$$\begin{array}{r} 2,85 \\ \cdot 0,7 \\ \hline \end{array}$$

☞ $0,25 \cdot 2,6$

ОБЛИЧ, КОРЗЫСТАЯС З 5246К1ЕГО СПОСОБУ.

☞ $0,1 \cdot 0,03 =$

☞ $0,6 \cdot 0,3 =$

☞ $0,2 \cdot 0,02 =$

☞ $0,004 \cdot 0,6 =$

☞ $0,003 \cdot 0,07 =$

☞ $0,9 \cdot 0,1 =$

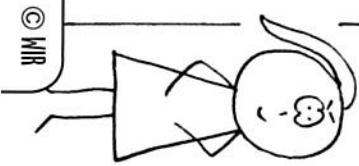
☞ $0,02 \cdot 0,005 =$

☞ $0,7 \cdot 0,01 =$

☞ $6,6 \cdot 0,91$

☞ $1,1 \cdot 0,97$

☞ $4 \cdot 0,97$



DZIELENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

PRZEZ LICZBĘ NATURALNĄ

$$\triangleright 1,94 : 2 = 0,97$$

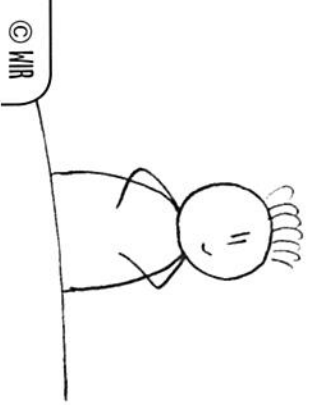


$$\begin{array}{r} 0,97 \\ 2 \overline{) 1,94} \\ \underline{-18} \\ 14 \\ \underline{-14} \\ 0 \end{array}$$

PRZECINEK
W ILORAZIE
NAD PRZECINKIEM
I DZIELNĄ.

DZIELENIE
SPÓSOBEM
PISZMENNĄ

$$\triangleright 3,12 : 5 = 0,624$$



$$\begin{array}{r} 0,624 \\ 5 \overline{) 3,120} \\ \underline{-30} \\ 12 \\ \underline{-10} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

PRZEZ UŁAMEK DZIESIĘTNY

$$\triangleright 4,98 : 0,3 = 16,6$$



$$4,98 : 0,3 = 49,8 : 3 = 16,6$$

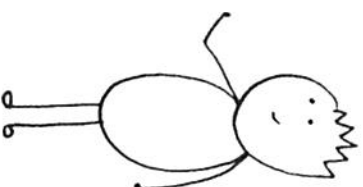
PRZESUNAMY PRZECINEK
O JEDNO MIEJSCE W PRAWO.
DĄŻYMY DO TEGO, BY
DZIELNIK BYŁ LICZBĄ
CZĘKOWITĄ.

$$\triangleright 220 : 0,22 = 22000 : 22 = 10000$$

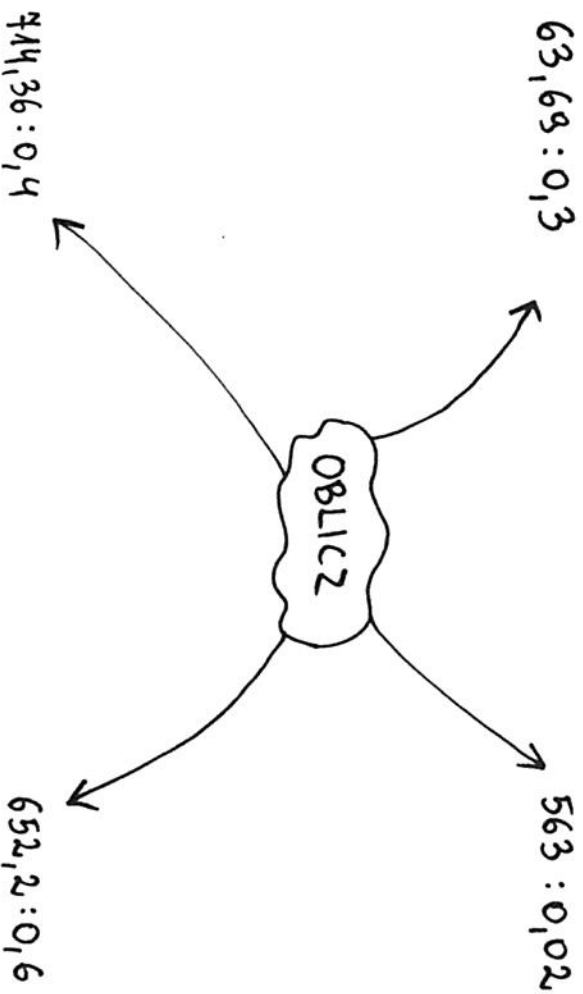
ABY ROZBĄĆ SIĘ PRZECINKA,
MUSIMY PRZESUNĄĆ GO O DWA
MIEJSCA W PRAWO.
W LICZBIE 220 DODRYSUJEMY
DWA ZERA.

$$22 : 22 = 1$$

$$\begin{array}{r} 166 \\ 3 \overline{) 498} \\ \underline{-3} \\ 19 \\ \underline{-18} \\ 18 \\ \underline{-18} \\ 0 \end{array}$$



DZIELENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH



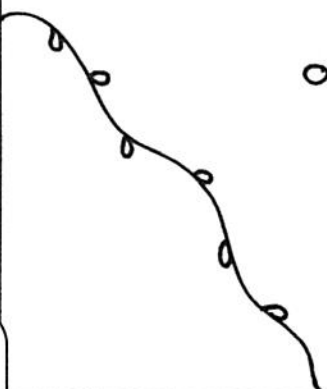
$$\begin{array}{r} 5\ 12 \\ \underline{-25} \\ 25\ 16 : 5 \\ \underline{-25} \\ 06 \\ \underline{-5} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 0 \end{array}$$

DOPISUJEMY ZERO.

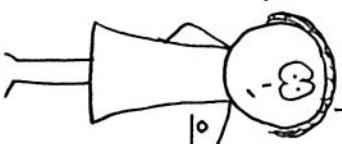
$$65,34 : 0,3 = 653,4 : 3$$

PRZESUNIAMY PRZECIŃNIK.

$$\begin{array}{r} 2\ 14\ 8 \\ \underline{653\ 14} : 3 \\ -6 \\ \underline{05} \\ 23 \\ \underline{-21} \\ 24 \\ \underline{-24} \\ 0 \end{array}$$



DZIAŁANIA NA UŁAMKACH DZIESIĘTYCH



KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ

1. DZIAŁANIA W NAWIASACH
2. POTĘGOWANIE
3. MNOŻENIE I DZIELENIE
W KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA
4. DODAWANIE I ODEJMOWANIE
W KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA

● $2,58 + 0,67 - 1,97 = 3,25 - 1,97 = 1,28$

$$\begin{array}{r} \overset{+1}{+1} \\ \overset{+1}{2,58} \\ + 0,67 \\ \hline 3,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,41,15 \\ - 1,1,97 \\ \hline 1,2,28 \end{array}$$

● $2,5 + 3,1 \cdot 0,8 = 2,5 + 2,48 = 4,98$

$$\begin{array}{r} 3,1 \\ \cdot 0,8 \\ \hline 2,48 \\ + 0,0 \\ \hline 2,48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,50 \\ + 2,48 \\ \hline 4,98 \end{array}$$

— DODAWANIE ZERA.

● $(0,1)^2 \cdot 0,3 = 0,01 \cdot 0,3 = 0,003$

↓ $(0,1)^2 = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01$

KORZYSTAMY Z SZYBKIEGO SPOSOBU MNOŻENIA LICZB.

● $0,8 \cdot 2,1 + (0,2)^2 = 1,68 + 0,04 = 1,72$

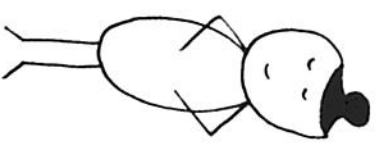
$$\begin{array}{r} \overset{+1}{0,8} \\ \cdot 2,1 \\ \hline 1,68 \\ + 1,6 \\ \hline 1,68 \end{array}$$

↓ $(0,2)^2 = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04$

● $0,8 : 0,2 \cdot (0,1)^3 = 4 \cdot 0,001 = 0,004$

↓ $0,8 : 0,2 = 8 : 2 = 4$

↓ $(0,1)^3 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$



DZIAŁANIA NA UŁAMKACH DZIESIĘTNYCH

$$0,96 \cdot 0,3 - 0,3 \cdot 0,2 + 6,9 : 3 =$$

$$0,25 \cdot 0,4 + (0,6)^2 + 0,2 =$$

$$\begin{array}{r} + 000 \\ 0,9554 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +2 \\ 2,81 \\ \cdot 0,34 \\ \hline 1124 \\ 843 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,9554 \\ + 0,04 \\ \hline 0,9954 \end{array}$$

$$2,81 \cdot 0,34 + (0,2)^2 = 0,9554 + 0,04 = 0,9954$$

$$(0,2)^2 = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04$$

PRZYKŁAD

$$4 - 0,91 \cdot (0,3 + 0,5) =$$

$$96,5 \cdot 0,8 - (4,3)^2 \cdot 0,1 =$$

DZIAŁANIA NA UŁAMKACH ZMIĘKICH I DZIESIĘTYCH



$$2,5 + \frac{1}{4} = 2,5 + 0,25 = 2,75$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\begin{array}{r} 0,25 \\ + 2,50 \\ \hline 2,75 \end{array}$$

NUŻYMY WYBRAĆ, NA KTÓREJNY UŁAMKACH CHCEMY DZIAŁAĆ.

$$2,5 + \frac{1}{4} = 2\frac{5}{10} + \frac{1}{4} = 2\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} + \frac{1}{4} = 2\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$$

ZAMIANA NA UŁAMKI ZMIĘKIE

$$3,7 \cdot \frac{1}{2} + 0,2 = 3,7 \cdot 0,5 + 0,2 = 1,85 + 0,2 = 2,05$$

ZAMIANA NA UŁAMKI DZIESIĘTNE

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3,7 \\ \cdot 0,5 \\ \hline 1,85 \\ + 0,2 \\ \hline 2,05 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1,85 \\ + 0,20 \\ \hline 2,05 \end{array}$$

$$3,7 \cdot \frac{1}{2} + 0,2 = 3\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{10} = \frac{37}{10} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{10} = \frac{37}{20} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{10} = \frac{37}{40} + \frac{2}{20} = \frac{37}{20} + \frac{2 \cdot 2}{20} = \frac{37}{20} + \frac{4}{20} = \frac{41}{20} = 2\frac{1}{20}$$

ZAMIANA NA UŁAMKI ZMIĘKIE

ZAMIANA NA UŁAMKI NIEWYŚĆIŁY

SPROWADZENIE DO WSPÓLNEGO MIANOWNIKA

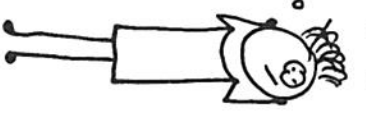
- ### KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ
1. DZIAŁANIA W NAMIASACH
 2. POTĘGOWANIE
 3. MNOŻENIE I DZIELENIE W KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA
 4. DODAWANIE I ODEJMOWANIE W KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA

$$2,2 : \frac{11}{12} + 6 \cdot 1\frac{1}{2} = 2\frac{2}{10} : \frac{11}{12} + 6 \cdot 1\frac{1}{2} =$$

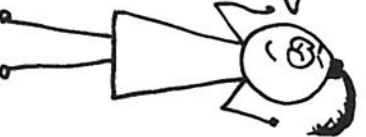
UŁAMKA O MIANOWNIKU 12 NIE ZAMIEŃNIMY NA UŁAMKI DZIESIĘTNY, BĘDZIEMY DZIAŁAĆ NA UŁAMKACH ZMIĘKICH.

$$= \frac{22}{10} : \frac{11}{12} + 6 \cdot \frac{3}{2} = \frac{22^2}{10 \cdot 5} \cdot \frac{12}{11} + 6 \cdot \frac{3}{2} = \frac{22}{5} \cdot \frac{12}{1} + 3 \cdot \frac{3}{1} = \frac{12}{5} + \frac{9}{1} = 2\frac{2}{5} + 9 = 11\frac{2}{5}$$

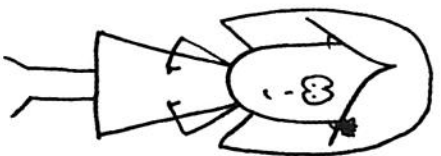
HMM...



TO PROSTE

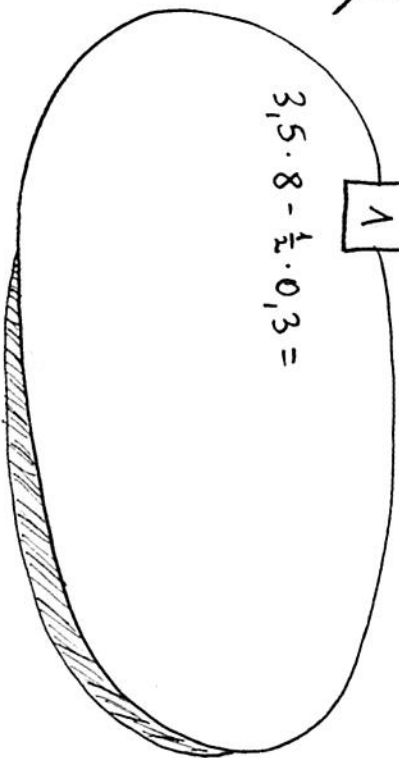


DZIAŁANIA NA UŁAMKACH ZWYKŁYCH I DZIEŚIĘTYCH



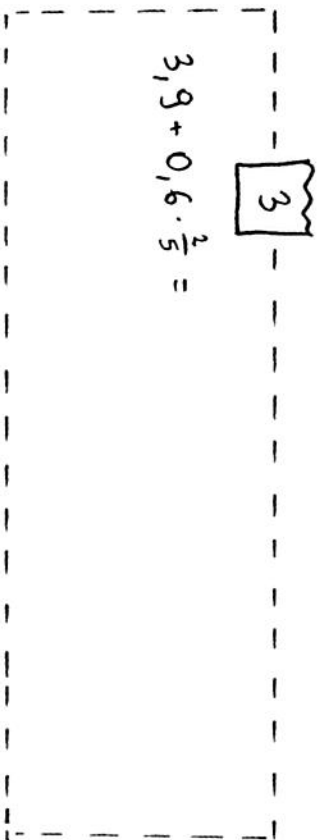
1

$$3,5 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 0,3 =$$



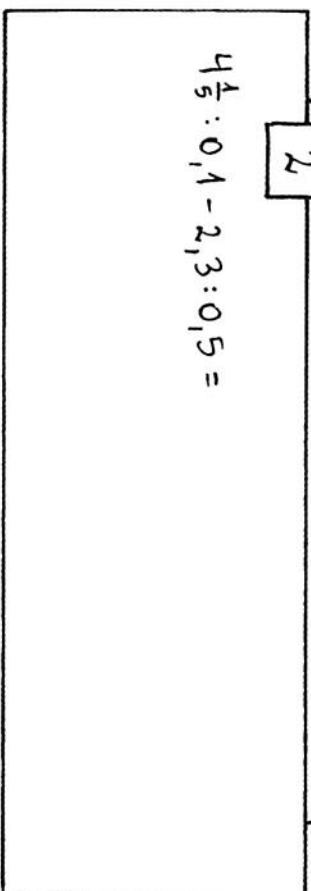
3

$$3,9 + 0,6 \cdot \frac{2}{5} =$$



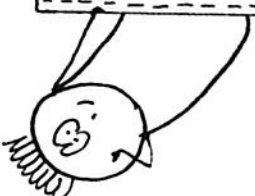
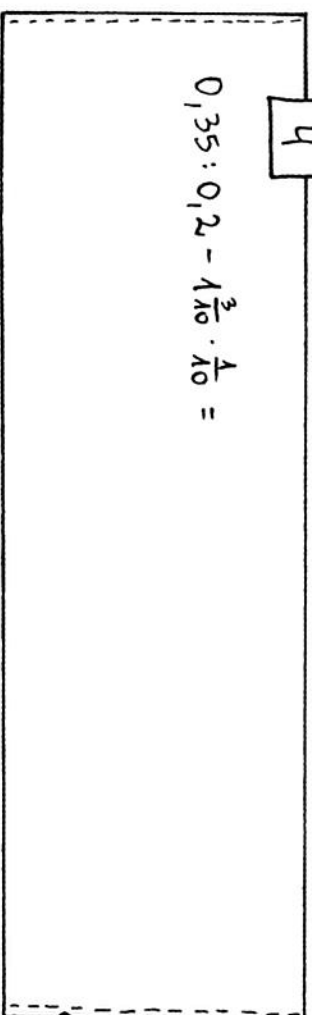
2

$$4\frac{4}{5} : 0,1 - 2,3 : 0,5 =$$



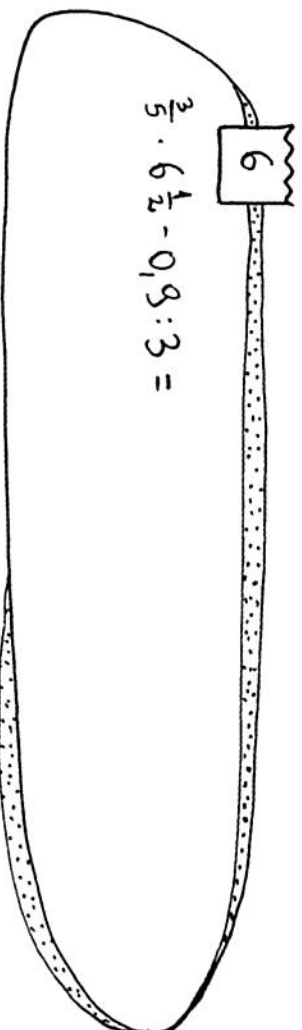
4

$$0,35 : 0,2 - 1\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{10} =$$



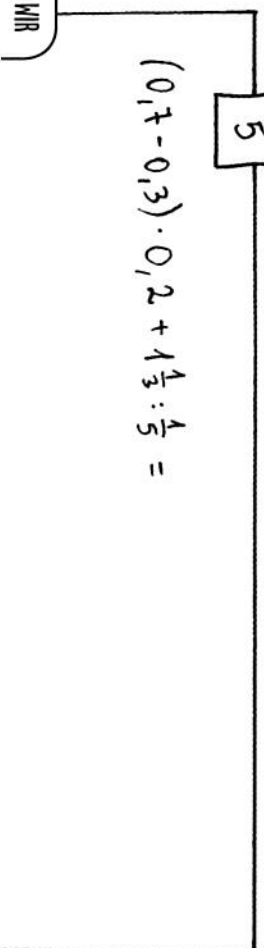
6

$$\frac{3}{5} \cdot 6\frac{1}{2} - 0,9 : 3 =$$




5

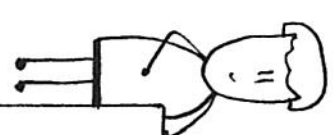
$$(0,7 - 0,3) \cdot 0,2 + 1\frac{1}{3} : \frac{4}{5} =$$




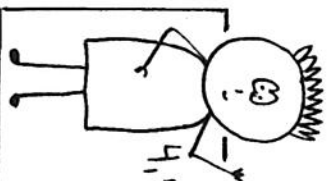
DZIAŁANIA NA UŁAMKACH

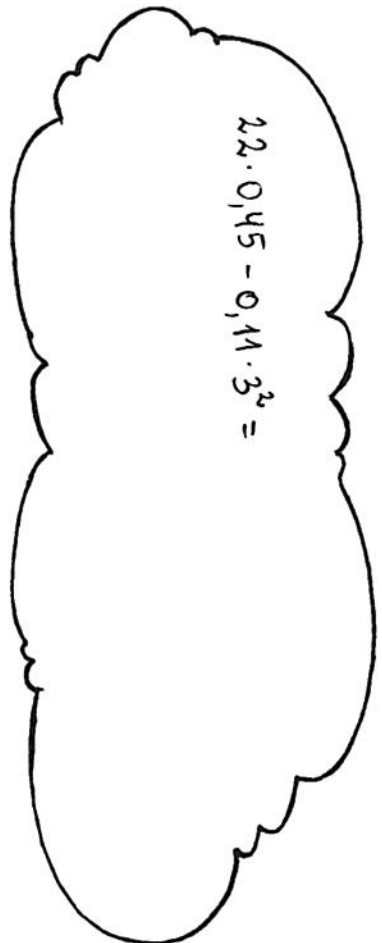

$$14 - \left(1\frac{1}{2}\right)^2 : 0,3 =$$


$$\frac{4}{9} : \frac{1}{3} + 0,2 \cdot (0,1)^2 =$$


$$4 \cdot 0,6 + 2 \cdot 1\frac{1}{2} =$$


$$10 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0,4)^3 =$$


$$4,5 : \frac{1}{2} \cdot 4^2 + 0,1 \cdot 1\frac{1}{5} =$$


$$22 \cdot 0,45 - 0,11 \cdot 3^2 =$$

PRAKTYCZNE ZASTOSOWANIE UŁAMKÓW

PRZEPISY KULINARNE

$\frac{1}{2}$ kg MĄKI
1,5 SZKLANKI MĄKI

CENY W SKLEPIE

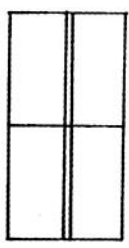
3,99zł 2,5zł
6,49zł 0,89zł

POSIŁKI



ZŁOŻAN $\frac{1}{4}$ ZABŁKA

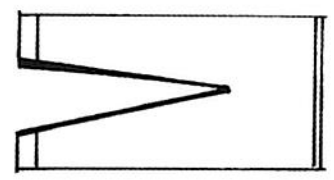
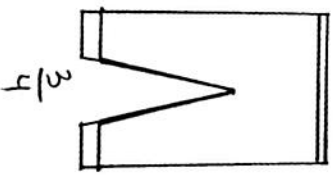
ZŁOŻAN $\frac{1}{8}$ CIĄSTA



WARTOŚĆ ODŻYWCZA PRODUKTÓW

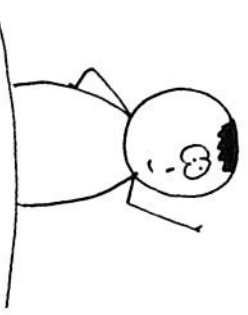
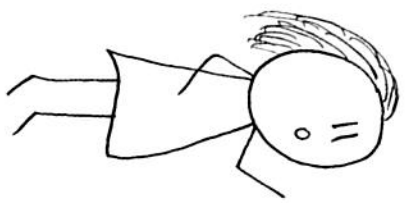
1,4g 0,6g
3,1g 2,2g
1,9g

UBRANIA



CENY PAŁIW

5,62zł 3,99zł
5,79zł 2,89zł



ΠΟΤΕΓΑ Ο ΜΥΚΕΛΑΔΝΙΚΟ NATURALNYM

- 1 $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$
- 2 $0,1^2 = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01$
- 3 $(\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
- 4 $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$
- 5 $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$
- 6 $(-1\frac{1}{3})^2 = (-\frac{4}{3})^2 = (-\frac{4}{3}) \cdot (-\frac{4}{3}) = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$
- 7 $(-5)^0 = 1$
- 8 $-2^2 = -2 \cdot 2 = -4$

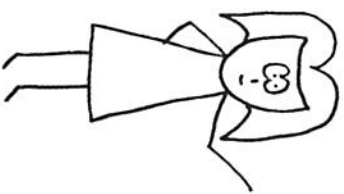
$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

ΠΑΡΥΣΤΑ ΛΙΣΒΑ
ΜΙΝΟΥΣΩΜ - ΡΟΥΣΤΑΞΕ
PLUS.

ΝΙΕΠΑΡΥΣΤΑ ΛΙΣΒΑ
ΜΙΝΟΥΣΩΜ - ΖΟΥΣΤΑΞΕ
MINUS.

ΛΙΣΒΕ ΝΙΕΣΖΑΝΑ
ΖΑΜΙΕΝΙΑΝΥ ΝΙΑ
ΥΦΑΝΕΚ ΝΙΕΛΤΑΣΙΩΥ.

$$-2^2 \neq (-2)^2$$



a^m - ΜΥΚΕΛΑΔΝΙΚΟ ΠΟΤΕΓΙ
— ΡΟΥΣΤΑΝΑ ΠΟΤΕΓΙ
 $a^1 = a$
 $a^0 = 1$, $a \neq 0$
 0^0 - ΜΑΡΤΟΣΙ ΝΙΕ ΤΕΣΤ
ΟΚΡΕΒΛΩΝΑ

ΡΟΒΟΥΝΥΜΑΝΙΕ

$$\text{II} \triangleright 4,1^3 \dots < 4,1^5$$

ΡΟΒΟΥΣΙΝΥ ΔΟ ΡΕΖΕΝΥΩ ΠΟΤΕΓ-
ΤΕ ΣΑΠΗ ΛΙΣΒΕ ΜΙΕΚΣΙΩ ΟΔ 1.

$$\text{III} \triangleright (\frac{1}{3})^2 \dots > (\frac{1}{3})^3$$

ΡΟΒΟΥΣΙΝΥ ΔΟ ΡΕΖΕΝΥΩ ΠΟΤΕΓ-
ΤΕ ΣΑΠΗ ΛΙΣΒΕ ΔΟΔΑΤΝΙΑ
ΝΙΕΣΣΙΩ ΟΔ 1.

$$\text{III} \triangleright (-5)^2 \dots > (-5)^3$$

ΡΟΒΟΥΣΙΝΥ ΔΟ ΠΟΤΕΓΙ ΠΑΡΥΣΤΕΣ
Ι ΠΟΤΕΓΙ ΝΙΕΠΑΡΥΣΤΕΣ ΤΕ ΣΑΠΗ
ΛΙΣΒΕ ΥΣΕΝΝΑ.

$$\text{III} \triangleright (-3)^3 \dots > (-3)^5$$

ΡΟΒΟΥΣΙΝΥ ΔΟ ΡΕΖΕΝΥΩ ΠΟΤΕΓ-
ΝΙΕΠΑΡΥΣΤΥΩ ΤΕ ΣΑΠΗ ΛΙΣΒΕ
ΥΣΕΝΝΑ.

$$\text{III} \triangleright (-4)^2 \dots < (-4)^4$$

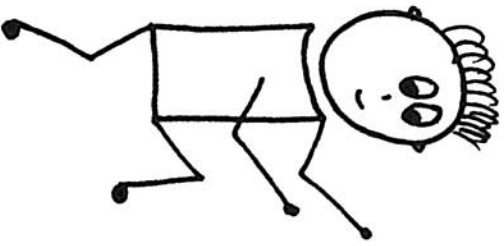
ΡΟΒΟΥΣΙΝΥ ΔΟ ΡΕΖΕΝΥΩ ΠΟΤΕΓ-
ΠΑΡΥΣΤΥΩ ΤΕ ΣΑΠΗ ΛΙΣΒΕ
ΥΣΕΝΝΑ.



$$\square \leftarrow 3^4 =$$

$$\square \leftarrow (-1)^6 =$$

$$\square \leftarrow (-2)^2 =$$

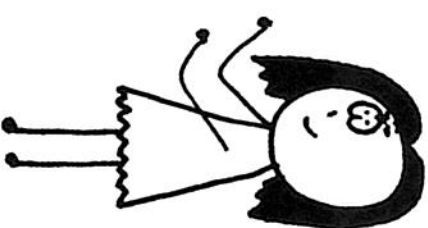


POTĘGA OMYKŁADNIKU
NATURALNYM

$$\square \leftarrow (-1,2)^3 =$$

$$\square \leftarrow -2,5^2 =$$

$$\square \leftarrow \left(-\frac{3}{4}\right)^3 =$$



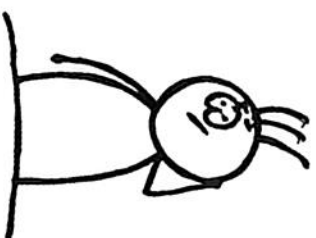
$$\square \leftarrow 0^3 =$$

$$\square \leftarrow (-16)^0 =$$

$$\square \leftarrow -\left(-\frac{1}{5}\right)^4 =$$

$$\square \leftarrow 10^4 =$$

$$\square \leftarrow -2^0 =$$



$$\square \leftarrow \left(1\frac{1}{4}\right)^2 =$$

$$\square \leftarrow \left(-1\frac{8}{10}\right)^3 =$$

$$\square \leftarrow 1^3 =$$

$$\square \leftarrow 0,1^3 =$$

$$\square \leftarrow -0,1^2 =$$

$$\square \leftarrow (-3)^2 =$$

$$\square \leftarrow (-6)^3 =$$

$$\square \leftarrow \left(\frac{1}{10}\right)^4 =$$

$$\square \leftarrow \frac{-2^2}{3} =$$

$$\square \leftarrow -\left(-\frac{1}{5}\right)^2 =$$

POTĘGOWANIE ILOCZYNU

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$(3 \cdot 5)^3 = 3^3 \cdot 5^3 = 27 \cdot 125 = 3375$$

$$\square (3y)^2 =$$

$$\square (-2x)^3 =$$

$$\square (4yz)^3 =$$

$$\square \left(-\frac{1}{2}x\right)^3 =$$

$$\square (-9w)^2 =$$

$$\square (abc)^3 =$$

$$\square -(3x)^2 =$$

$$\square -(2y)^3 =$$

$$\square 2^3 \cdot 5^3 =$$

$$\square \left(1\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$$

$$\square \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot 4^4 =$$

$$\square \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 =$$

$$\square (6 \cdot 2)^3 =$$

$$\square (3 \cdot 7)^2 =$$

$$\square (10 \cdot 6)^2 =$$

$$\square (2 \cdot 3)^2 =$$

$$\square (-8 \cdot p)^2 =$$

$$\square (4z \cdot 2)^3 =$$

$$\square 9^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 3^2 =$$

$$\square 3^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 =$$

$$\square 50^3 \cdot 2^3 \cdot 10^3 =$$

$$\square (3xyz)^2 =$$

$$\square (-9z)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 =$$

$$\square (6k)^2 \cdot (0,3)^2 \cdot 5^2 =$$



$$\triangleright 15^{10} : 5^{10} =$$

$$\triangleright (0,8)^2 : (0,2)^2 =$$

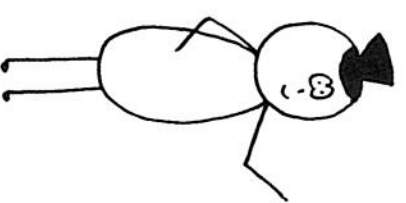
$$\triangleright (3)^2 : (0,7)^2 =$$

$$\triangleright (0,6)^2 : (0,3)^2 =$$

$$\triangleright \left(\frac{ab}{2c}\right)^2 =$$

$$\triangleright \left(\frac{3x}{y}\right)^2 =$$

$$\triangleright (7:x)^3 =$$



POTĘGOWANIE ILORAZU

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad b \neq 0$$

$$(a:b)^m = a^m : b^m \quad b \neq 0$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

Wzrost

Wzrost

$$\triangleright \left(\frac{1}{3}\right)^4 =$$

$$\triangleright 10^4 : 5^4 =$$

$$\triangleright 9^3 : (-3)^3 =$$

$$\triangleright \left(\frac{1}{8}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^3 =$$

$$\triangleright (2,2)^2 : (1,1)^2 =$$

$$\triangleright (92:3)^2 =$$

$$\triangleright \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$$

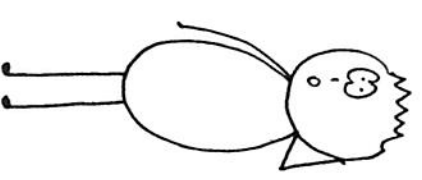
$$\triangleright (1\frac{1}{4})^2 =$$

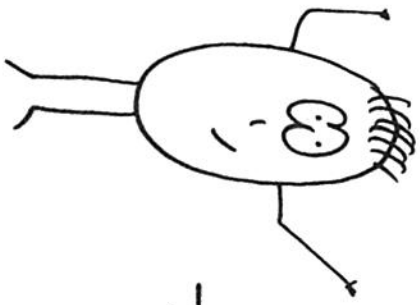
$$\triangleright (2,5)^3 : (0,5)^3 =$$

$$\triangleright (-6k)^2 : 2^2 =$$

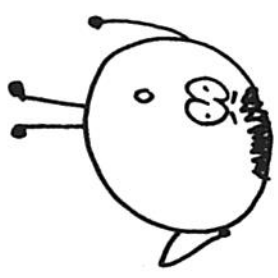
$$\triangleright \left(\frac{x^4}{3}\right)^3 =$$

$$\triangleright \left(\frac{a}{6}\right)^2 =$$





ILOCZYN I ILORAZ POTĘG O JEDNAKOWYCH PODSTAWACH



$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a \neq 0$$
$$\frac{3^4}{3} = 3^{4-1} = 3^3$$

ZAPISZ KRÓTCEJ.

$$4^8 \cdot 4^6 =$$

$$2^3 \cdot 2^6 =$$

$$9^5 : 9 =$$

$$10^{10} : 10^8 =$$

$$b^7 \cdot b^3 =$$

$$x^{12} : x^{11} =$$

$$y^{10} : y^{10} =$$

ZAPISZ W POSTACI JEJNEJ POTĘGI.

$$\frac{8 \cdot 10}{c^{12} \cdot c} =$$

$$\frac{6^4 : 6^3}{6} =$$

$$5^8 \cdot 5^4 : 5^5 =$$

$$\frac{3^{10} : 3^8 \cdot 3^2}{3 \cdot 3} =$$

$$7^3 \cdot (-7)^4 =$$

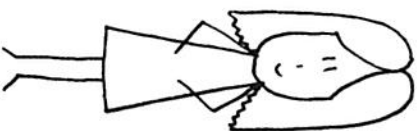
$$(-3)^4 \cdot 3^2 : 3^4 =$$

POTĘGOWANIE POTĘGI



ZAPISZ MI POSTACI JEDNEJ POTĘGI.

- $(2^9)^2 =$
- $(6^3)^7 =$
- $(1^5)^4 =$
- $(9^2)^6 =$
- $(5^2)^8 =$
- $(4^3)^4 =$
- $((-3)^2)^3 =$
- $((-6)^3)^8 =$
- $(2^3)^8 =$
- $(b^2)^4 =$



$(-4)^4 = 4^4$
 $(-2)^3 \neq 2^3$

PORÓBNAJ LICZBY.

- $(6^2)^3 \dots (6^3)^4$
- $(2^2)^5 \dots (2^3)^2$
- $((-3)^2)^4 \dots (-3)^6$
- $(4^3)^2 \dots ((-4)^3)^2$
- $(-1)^3 \dots ((-1)^2)^3$
- $(-5)^5 \dots ((-5)^3)^2$
- $(-3)^3 \dots (3^6)^2$
- $(-2)^4 \dots (2^2)^2$
- $(-10)^3 \dots ((-10)^4)^2$
- $((-2)^6)^4 \dots (-2)^5$

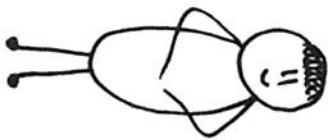


$16^3 = (4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6$
 $27^2 = (3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
 $(2^5)^3 = 2^{5 \cdot 3} = 2^{15}$
 $(3^2)^4 = 3^{2 \cdot 4} = 3^8$

ILOCZYN POTĘG O JEDNAKOWYCH
PODSTAWIACH

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

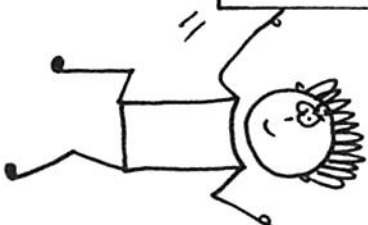


POTĘGOWANIE POTĘGI

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$



DZIAŁANIA NA
POTĘGACH



POTĘGOWANIE ILOCZYNU

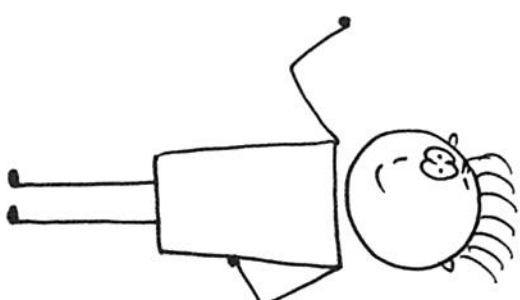
$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

ILOSKAZ POTĘG O JEDNAKOWYCH
PODSTAWIACH

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

POTĘGOWANIE ILOSKAZU

$$(a:b)^m = a^m : b^m$$



$$\succ 2^5 \cdot 2^4 = 2^9$$

$$\succ 2^6 \cdot 2^2 = 2^8$$

$$\succ (2^3)^2 = 2^6$$

$$\succ (2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = \frac{4}{9}$$

$$\succ (3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$$

NOTACJA WYKŁADNICZA

ZAPIS I NOTACJI WYKŁADNICZEJ

$$3,4 \cdot 10^8 = 340\,000\,000$$

LICZBA SPĘTNIĄCA
WARUNEK $1 \leq 3,4 < 10$

POTĘGA LICZBY 10

$$9 \cdot 10^{-3} = 0,009$$

LICZBA SPĘTNIĄCA
WARUNEK $1 \leq 9 < 10$

POTĘGA LICZBY 10

ZASTOSOWANIE NOTACJI WYKŁADNICZEJ

1. POWIERZCHNIA POLSKI $\approx 3,13 \cdot 10^{11} \text{ m}^2$

2. PŁAKHIDA CHEOPSA $6 \cdot 10^3 \text{ kg}$

3. KOSMOCY WŁOS $5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$

4. PRĘDKOŚĆ ŚWIATEŁA $\approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

5. MASA WIKUSA GRZYBY $7 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$

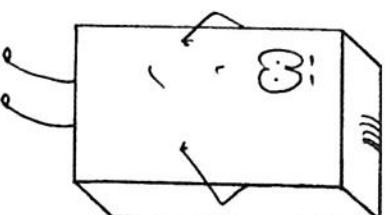
POTĘGA O WYKŁADNIKU CAŁKOWITYM UŻEJNYM

$$a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m$$

$$3^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$



$$4,2 \cdot 10^{-2} = 4,2 : 10^2$$

MNOŻENIE PRZEZ 10^{-2} MOŻEMY ZAMIENIC NA DZIELENIE PRZEZ 10^2 . W OBU PRZYPADKACH WYNIK BĘDZIE IDENTYCZNY.



$$\text{III} \triangleright \frac{480000}{5} = 4,8 \cdot 10^5$$

PRZESUWAMY SIĘ O 5 MIEJSC W PRAWOŁEWO.

$$\text{III} \triangleright 0,0007 = 7 \cdot 10^{-4}$$

PRZESUWAMY SIĘ O 4 MIEJSCA W PRAWOŁEWO.

$$\text{III} \triangleright 6,1 \cdot 10^6 = 6100000$$

PRZESUWAMY SIĘ O 6 MIEJSC W PRAWOŁEWO.

$$\text{III} \triangleright 4,5 \cdot 10^{-3} = 0,0045$$

PRZESUWAMY SIĘ O 3 MIEJSCA W PRAWOŁEWO.

$$\text{III} \triangleright 65,951 \cdot 10^2 = 6,5951 \cdot 10^3$$

TEN ZAPIS NIE JEST ZAPISEM W NOTACJI WYKŁADNICZEJ.

$$\text{III} \triangleright 39,0005 \cdot 10^{-3} = 3,90005 \cdot 10^{-2}$$

LICZBY NIE SPĘTNIĄCĄ WARUNKU - WIEKSIĄ LUB RÓWNA 1 I NIEMIEJSZĄ OD 10.

NOTACJA WYKŁADNICZA

ZAPISZ W POSTACI NOTACJI
WYKŁADNICZEJ.

$$\square \quad 385400 =$$

$$\square \quad 25,84 \cdot 10^3 =$$

$$\square \quad 1250000 =$$

$$\square \quad 351,02 \cdot 10^{-5} =$$

$$\square \quad 600000 =$$

$$\square \quad 61,095 \cdot 10^{-8} =$$

$$\square \quad 0,00045 =$$

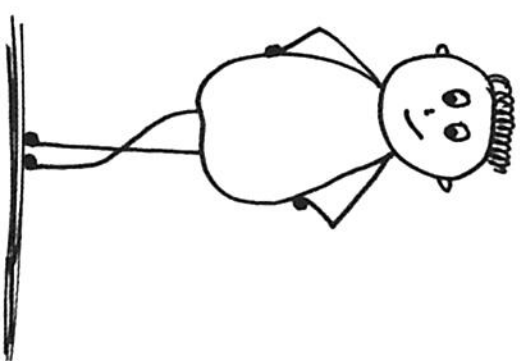
$$\square \quad 33,02 \cdot 10^{10} =$$

$$\square \quad 0,253 =$$

$$\square \quad 125,9 \cdot 10^{-3} =$$

$$\square \quad 0,00069 =$$

$$\square \quad 25,08 \cdot 10^{-5} =$$



PIERWIĄSTKI

DLA $a \geq 0$

$$\sqrt{a} = a$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$$



$$\sqrt{5} = 5$$

$$\sqrt{8} \cdot \sqrt{8} = 8$$

$$(\sqrt[3]{51})^3 = 51$$

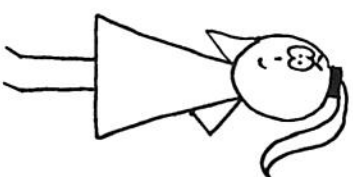
$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$$

DLA DOWOLNEJ LICZBY a

$$\sqrt[3]{a} = a$$

$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$

$$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = a$$



$$\triangleright (\sqrt{512})^2 = 5^2 \cdot \sqrt{2}^2 = 25 \cdot \sqrt{4} = 25 \cdot 2 = 50$$

$$\triangleright (\sqrt{512})^2 = 5^2 \cdot \sqrt{2}^2 = 25 \cdot 2 = 50$$

$$\triangleright 4\sqrt{\frac{1}{6}} = 4 \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{6}} = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = 1$$

$$\triangleright \frac{2\sqrt[3]{8}}{8} - 2 = \frac{2 \cdot 2}{8} - 2 = \frac{4}{8} - 2 = \frac{1}{2} - 2 = -1\frac{1}{2}$$

$$\triangleright (\frac{1}{2}\sqrt[3]{6})^3 = (\frac{1}{2})^3 \cdot (\sqrt[3]{6})^3 = \frac{1}{8} \cdot 6 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\triangleright \sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} - 6) = \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot 6 = 2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot 3 - 6\sqrt{3} = 6 - 6\sqrt{3}$$

$$\triangleright \sqrt{13} \cdot 2\sqrt{5} = 2\sqrt{15}$$

$$\triangleright \sqrt{12} \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{6}$$

$$\triangleright 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\triangleright 12\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

bez zmian

HOZNA SZCZEGÓLNO
KORZYSCYMAĆ LUB KORZYŚCIĄĆ
Z WZORÓW.

NIE UPROŚCICZYĆ WARTOŚCI
TEGO DZIAŁANIA
(NIE ODEJMUJEMY PIERWIĄTKA
OD LICZBY).
PRZYBLIŻONY WYNIK MOŻEMY
POZNAĆ, UŻYWAJĄC KALKULATORA.

$$\triangleright \sqrt[3]{6\sqrt{3}} + 2\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$$

NIE UPROŚCICZYĆ WARTOŚCI TEGO
DZIAŁANIA (ROZNE LICZBY
POD PIERWIĄTKIEM).
PRZYBLIŻONY WYNIK MOŻEMY
POZNAĆ, UŻYWAJĄC KALKULATORA.

$$\triangleright -2\sqrt{5} + 3(2\sqrt{5} - 4) = -2\sqrt{5} + 3 \cdot 2\sqrt{5} - 3 \cdot 4 =$$

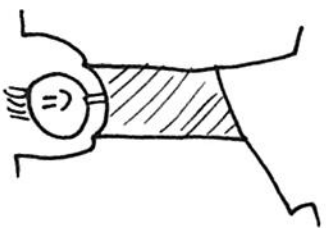
$$= -2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 12 = 4\sqrt{5} - 12$$

NIE UPROŚCICZYĆ WARTOŚCI TEGO
DZIAŁANIA (NIE ODEJMUJEMY
LICZBY OD PIERWIĄTKA).
PRZYBLIŻONY WYNIK MOŻEMY
POZNAĆ, UŻYWAJĄC KALKULATORA.

$$\triangleright 9\sqrt{5} - 1\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

PIERWIASTKI

PIERWIASTEK KWADRATOWY Z LICZBY NIEUjemnej "a" TO TAKA LICZBA NIEUjemna, KTÓREJ KWADRAT JEST RÓWNY "a".



СИМВОЛ ПЕРВИАСТКА
КВАДРАТОВОГО

ЛИЦЬБА ПОДПЕРВИАСТКОМ
(НІЕУЖЕННА)



$$\sqrt{121} = 11, \quad \text{бо } 11 \cdot 11 = 121$$

$$\sqrt{100} = 10, \quad \text{бо } 10 \cdot 10 = 100$$

$$\sqrt{0} = 0, \quad \text{бо } 0 \cdot 0 = 0$$

$$\sqrt{81} = 9, \quad \text{бо } 9 \cdot 9 = 81$$

$$\sqrt{4} = 2, \quad \text{бо } 2 \cdot 2 = 4$$

$$\sqrt{2} \approx 1,41$$

$$\sqrt{3} \approx 1,73$$

$$\sqrt{5} \approx 2,24$$

$$\sqrt{7} \approx 2,65$$

PIERWIASTEK SZÉCІENNY Z DOMOWNEJ LICZBY "a" TO TAKA LICZBA, KTÓREJ TRZECIA POTÉGA JEST RÓWNA "a".



СИМВОЛ ПЕРВИАСТКА
ТРЕЦІЕГО СТОНІА

ЛИЦЬБА
ПОДПЕРВИАСТКОМ
(ДОМОВНА)

$$\sqrt[3]{8} = 2, \quad \text{бо } 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$\sqrt[3]{-64} = -4, \quad \text{бо } (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$$

$$\sqrt[3]{216} = 6, \quad \text{бо } 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

$$\sqrt[3]{0} = 0, \quad \text{бо } 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$\sqrt[3]{-125} = -5, \quad \text{бо } (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$$

$$\sqrt[3]{2} \approx 1,26$$

$$\sqrt[3]{5} \approx 1,71$$

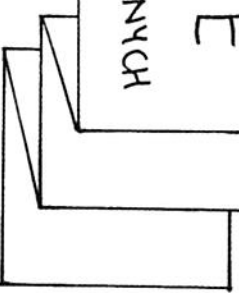
$$\sqrt[3]{9} \approx 2,08$$

$$\sqrt[3]{4} \approx 1,59$$

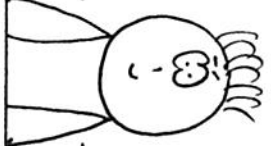
МАТОЌІ НІЕКТОРИХ
ПЕРВІАСТКІВ ЗНАТИ
ТІЛКО В ПРІЗУБІТЕНІУ.
ПРІЗУКЛАДИ

PIERMIĄSTKOWANIE

UFANKÓW ZAMYKŁYCH I DZIESIĘTNYCH



$12 \cdot 12 = 144$
 $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$



UFANKI ZAMYKŁE

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$$

$$\sqrt{\frac{15}{49}} = \sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$$

ZAHNIENIANYH LICZBŃ
NIESZANĄ NA UFANKĘ
NIEWŁĄCZYWĄ.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{2}{5}$$

$$\sqrt[3]{\frac{64}{216}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$2 \cdot 2 = 4$
 $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

PIERMIĄSTKOWANYH
ODDZIELNIE LICZNIK
I ODDELENIE
MIANOWNIK.

$8 \cdot 8 = 64$
 $7 \cdot 7 = 49$

ZNANY TYLKO
PRZYBLIŻENIE $\sqrt{8}$.
 ZNANY TYLKO
PRZYBLIŻENIE $\sqrt{11}$.

$$\sqrt{\frac{8}{11}} \approx 0,853$$

KORZYSTAJĄCY
Z KALKULATORA

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

UFANKI DZIESIĘTNE

$5 \cdot 5 = 25$

$$\sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

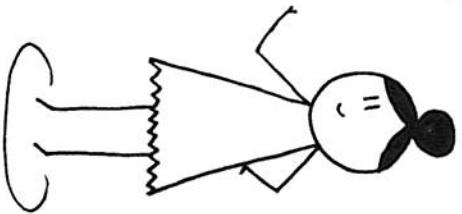
ZAHNIENIANYH UFANKĘ
DZIESIĘTNYH NA UFANKĘ
ZAMYKŁĄ.

$$\sqrt{1,44} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{100}} = \frac{12}{10} = \frac{12}{10} = 1\frac{2}{10} = 1\frac{1}{5}$$

ZAHNIENIANYH LICZBŃ
NIESZANĄ NA UFANKĘ
NIEWŁĄCZYWĄ.

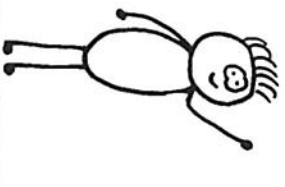
$$\sqrt[3]{0,343} = \sqrt[3]{\frac{343}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{7}{10}$$

$7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$



$\sqrt{8} \approx 2,83$
 $\sqrt{11} \approx 3,32$

WYŁĄCZANIE CZYNNIKA PRZED ZNAK PIERWIASTKA



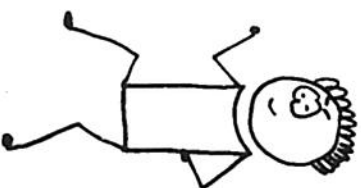
$$\textcircled{2} \sqrt{50} = \frac{5}{2} \sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 25 \\ 5 \\ 1 \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 2 \\ 5 \\ 1 \end{array}$$

ROZKŁADANY NA CZYNNIKI PIERWSZE

5 WYSTĘPUJE DWA RAZY, WIĘC BĘDZIE PRZED PIERWIASTKIEM.
2 WYSTĘPUJE RAZ, WIĘC ZOSTAJE POD PIERWIASTKIEM.

$$\textcircled{1} \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$



50 ROZPISUJEMY NA CZYNNIKI TAK, BY Z JEDNEGO ZNAĆ PIERWIASTEK.
! $50 = 10 \cdot 5$ - ZŁY ROZKŁAD, PONIEWAŻ NIE ZNAMY PIERWIASTKA ANI Z 10, ANI Z 5.
! $50 = 25 \cdot 2$ - DOBRZY ROZKŁAD, PONIEWAŻ Z 25 ZNAMY PIERWIASTEK.

WYŁĄCZANIE CZYNNIKA POD ZNAK PIERWIASTKA

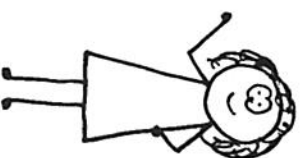
$$2\sqrt{5} = \sqrt{5 \cdot 2^2} = \sqrt{5 \cdot 4} = \sqrt{20}$$

POTĘGA JEST TAKA SAMĄ JAK STOPIEŃ PIERWIASTKA.

$$3\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{6 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{6 \cdot 27} = \sqrt[3]{162}$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\textcircled{1} \sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{8 \cdot 6} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{6} = 2 \cdot \sqrt[3]{6} = 2\sqrt[3]{6}$$



$$\textcircled{2} \sqrt[3]{48} = 2\sqrt[3]{6}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 24 \\ 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{array}$$

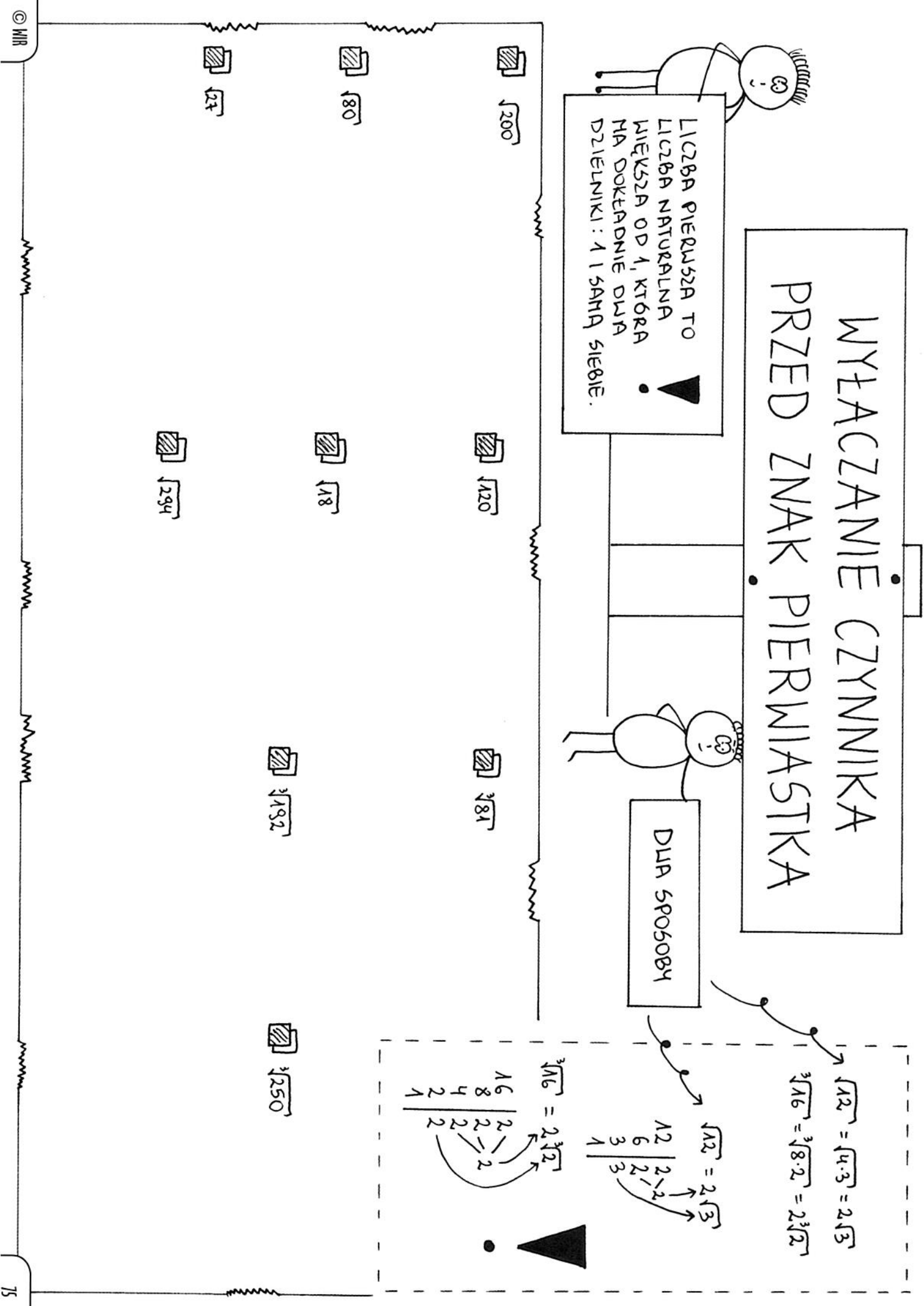
ROZKŁAD NA CZYNNIKI PIERWSZE.

2 WYSTĘPUJE CZTERY RAZY, WYKORZYSTUJEMY TRZY, PONIEWAŻ TAKI JEST STOPIEŃ PIERWIASTKA.

WYŁĄCZANIE CZYNNIKA PRZED ZNAK PIERWIASTKA

LICZBA PIERWIASZA TO
LICZBA NATURALNA
WIĘKSZA OD 1, KTÓRA
MA DOKŁADNIE DWA
DZIELNIKI: 1 I SAMĄ SIEBIE.

DWA SPOSOBY



$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8 \cdot 2} = 2\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

12		2	√	2
6		2	√	2
3		3		
1				

$$\sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$$

16		2	√	2
8		2	√	2
4		2	√	2
2		2		
1				

WŁĄCZANIE CZYNNIKA POD ZNAK PIERWIASTKA



$$12\sqrt{3} = \sqrt{12^2 \cdot 3} = \sqrt{144 \cdot 3} = \sqrt{432}$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36}$$

$$10\sqrt{11} =$$

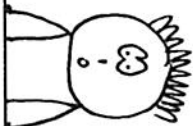
$$4\sqrt{7} =$$

$$9\sqrt{3} =$$

$$4\sqrt{3} =$$

$$6\sqrt{4} =$$

$$5\sqrt{10} =$$



$$5\sqrt{3} =$$

$$2\sqrt{3} =$$

$$3\sqrt{6} =$$

$$3\sqrt{5} =$$

$$2\sqrt{6} =$$

$$4\sqrt{12} =$$

$$16\sqrt{12} =$$

$$15\sqrt{5} =$$

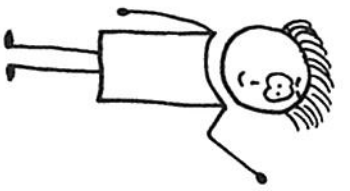
$$32\sqrt{14} =$$

$$4\sqrt{12} =$$

$$9\sqrt{15} =$$

$$10\sqrt{14} =$$

DZIAŁANIA NA PIERWIASTKACH



$$a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$a, b - \text{dowolne}$$

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

$$a - \text{dowolne}, b \neq 0$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

$$\sqrt{6400} = \sqrt{64 \cdot 100} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{100} = 8 \cdot 10 = 80$$

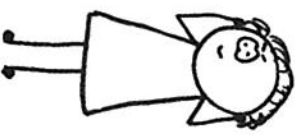
8 10

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4}\sqrt{3} + \frac{1}{4}\sqrt{3}\right)^2} = \left(\frac{2}{4}\sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{5125} : \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{125}}{\sqrt{3}} = 5 \cdot \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{3}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{125}{3}} = 5 \cdot \sqrt{25} = 5 \cdot 5 = 25$$

5

$$\sqrt{\frac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{5 \cdot 10}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = 2 \cdot \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{50}{2}} = 2 \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$$



$$\sqrt{(\sqrt{2} + 3) \cdot (\sqrt{3} - 1)} = \sqrt{2 \cdot 3 - \sqrt{2} \cdot 1 + 3 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot 1} = \sqrt{6 - \sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 3}$$



← NIE POŻENY TEGO DZIAŁANIA
BARDZIEJ UPROŚCIC
(RÓŻNE LICZBY POD PIERWIASTKAMI,
LICZBA BEZ PIERWIASTKA).

$$\sqrt{\frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}} = \frac{5\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{5}{6}$$

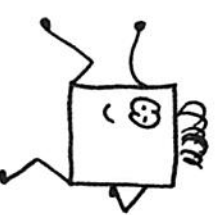
$$\sqrt{\frac{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{3\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{6 \cdot 3}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{18}}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{20\sqrt{5} - 10}{5}} = \frac{1}{5} \sqrt{(4\sqrt{5} - 2)^2} = 4\sqrt{5} - 2$$

$$\sqrt{\frac{3\sqrt{4}}{3}} + 3\sqrt{4} = \frac{1}{3}\sqrt{4} + 3\sqrt{4} = 3\frac{1}{3}\sqrt{4}$$

$$20\sqrt{5} = 5 \cdot 4\sqrt{5}$$

$$10 = 2 \cdot 5$$



$$3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

$$8 + \sqrt{3} + 6\sqrt{2} + \frac{4\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3} + 8 + 6\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + \sqrt{5} =$$

$$6\sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} =$$

$$4\sqrt{2} + \sqrt{2} =$$

$$2\sqrt{4} + 8 + \sqrt{4} =$$

$$6\sqrt{6} + \sqrt{6} + 9 =$$

DZIAŁANIA NA PIERWIASTKACH

$$2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{5} = 6\sqrt{15}$$

$$8\sqrt{2} \cdot 9 = 72\sqrt{2}$$

$$4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{4} =$$

$$6\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{2} =$$

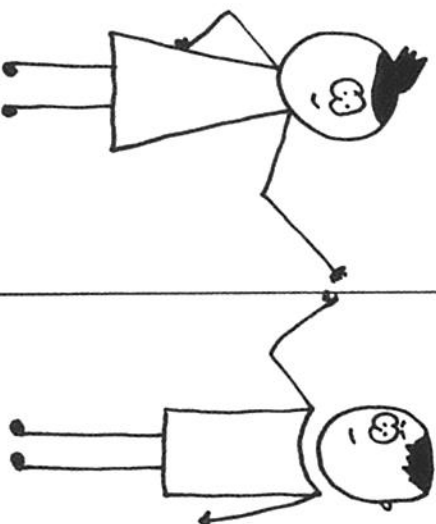
$$4\sqrt{5} \cdot 10 =$$

$$2\sqrt{5} \cdot \sqrt{4} =$$

$$4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{4} =$$

$$4\sqrt{2} \cdot (2 + 3\sqrt{5}) =$$

$$(3\sqrt{3})^2 =$$



$$2\sqrt{4} - \sqrt{4} = 1\sqrt{4} = \sqrt{4}$$

$$6 - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 6 - 5\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} =$$

$$3\sqrt{2} - 8 - \sqrt{2} =$$

$$9\sqrt{5} + 8 - 4\sqrt{5} =$$

$$4 - 2\sqrt{3} - 8\sqrt{3} =$$

$$5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - \sqrt{6} =$$

$$3\sqrt{3} : 2 = 1,5\sqrt{3}$$

$$6\sqrt{8} : 2\sqrt{2} = 3\sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$$

$$4\sqrt{5} : 2 =$$

$$8\sqrt{4} : 4 =$$

$$4\sqrt{2} : 2\sqrt{2} =$$

$$9\sqrt{5} : 3\sqrt{5} =$$

$$3\sqrt{6} : \sqrt{6} =$$

$$12\sqrt{10} : 4\sqrt{5} =$$

$$3\sqrt{3} : 3\sqrt{3} =$$

DZIAŁANIA NA PIERWIASTKACH

$$\sqrt{3} \cdot (2 + 6\sqrt{2}) = \sqrt{3} \cdot 2 + \sqrt{3} \cdot 6\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 6\sqrt{6}$$

$$(3 + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + 9) = 3 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot 9 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot 9 = 3\sqrt{3} + 27 + \sqrt{6} + 9\sqrt{2}$$

$$\square \quad (3 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2} + 9) =$$

$$\square \quad 2 \cdot (\sqrt{3} + 3) =$$

$$\square \quad 3 \cdot \sqrt{4} + 2 - 2 \cdot (6 + \sqrt{7}) =$$

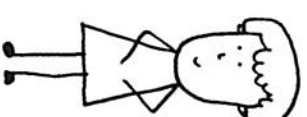
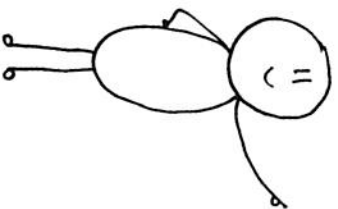
$$\square \quad (4 + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{2} =$$

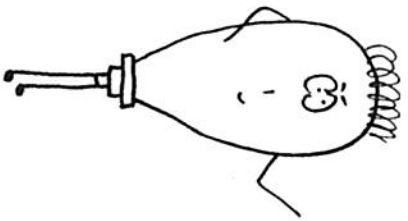
$$\square \quad (1 + \sqrt{5}) \cdot 4 =$$

$$\square \quad (4 - \sqrt{2}) \cdot (6 + \sqrt{3}) =$$

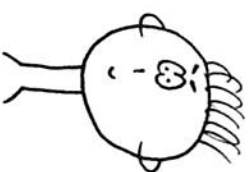
$$\square \quad (3\sqrt{3} - 1) \cdot 9 =$$

$$\square \quad (\sqrt{3} - 4) \cdot (\sqrt{3} - 3) =$$





DZIAŁANIA NA PIERWIASTKACH I POTĘGACH



$$2^2 \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$$

$$\blacktriangleright 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 4^2 \cdot 4^3 : 4^5 =$$

$$\blacktriangleright 3\sqrt{2} \cdot (3^2 - 2^2) =$$

$$\blacktriangleright 9\sqrt{2} \cdot 4^2 - 3\sqrt{2} \cdot 2^2 =$$

$$\blacktriangleright (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \cdot 3^2 : 3 =$$

$$\blacktriangleright 3^2 \cdot (\sqrt{2} - 1) =$$

$$\blacktriangleright 4 \cdot 2^2 \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{4}) =$$

$$\blacktriangleright (4^2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{2}) =$$

$$\blacktriangleright (3\sqrt{5} + 6) \cdot 3^2 =$$

$$\blacktriangleright 2^2 \cdot (\sqrt{3} - 2) =$$

$$\blacktriangleright (\sqrt{25} - \sqrt{64}) \cdot 2^2 =$$

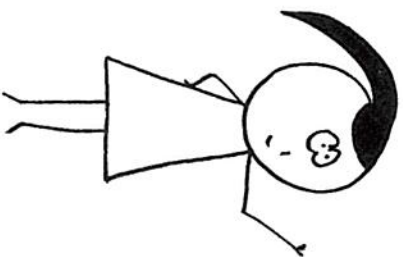
$$\blacktriangleright 6^2 : 6 : 6 \cdot (\sqrt{2} - 1) =$$

$$\blacktriangleright (\sqrt{36} - 2) \cdot 4^2 : 2 =$$

ODPOWIEDZI

JEDNOSTKI POLA 2

$600 \text{ cm}^2 = 600000 \text{ mm}^2$	$25 \text{ a} = 0,25 \text{ ha}$
$30 \text{ dm}^2 = 3000 \text{ cm}^2$	$2 \text{ dm}^2 = 0,02 \text{ m}^2$
$2 \text{ ha} = 200 \text{ a}$	$158 \text{ a} = 0,0158 \text{ km}^2$
$35 \text{ a} = 3500 \text{ m}^2$	$35 \text{ ha} = 0,35 \text{ km}^2$
$6 \text{ km}^2 = 600 \text{ ha}$	$14 \text{ cm}^2 = 0,14 \text{ dm}^2$
$7 \text{ a} = 700 \text{ m}^2$	$97 \text{ m}^2 = 0,97 \text{ a}$
$8 \text{ mm}^2 = 0,08 \text{ cm}^2$	$4 \text{ dm}^2 = 0,04 \text{ m}^2$
$6 \text{ m}^2 = 0,06 \text{ a}$	$1296 \text{ cm}^2 = 0,1296 \text{ m}^2$



POLE PROSTOKĄTA I KWADRATU

- 1) 36 cm^2
- 2) 20 cm^2
- 3) 300 dm^2
- 4) $7 \text{ m} = 700 \text{ cm}$

4

POLE RÓWNOLEGŁORÓBKU I ROMBU

- 1) 70 cm^2
- 2) 24 cm^2
- 3) 14 dm
- 4) 54 cm^2

6

POLE TRAPEZU I DELTOIDU

- 1) $0,145 \text{ cm}^2$
- 2) 30 cm^2
- 3) 40 cm^2
- 4) 10 cm
- 5) 6 dm

8

Handwritten notes:
Pole trapezu
Pole deltoиду

ODPOWIEDZI

12

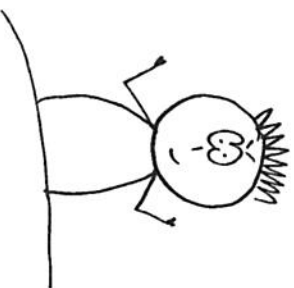
10 MARIOSĆ BEZWZGĘDNA LICZBY

$$\begin{array}{ll} |21| = 21 & |-2 + 8| = 6 \\ | -8| = 8 & |-2 - 6| = 8 \\ | -(-1)| = 1 & |-(-1) + 9| = 10 \\ | -75| = 75 & |-6 - 51| = 30 \\ |01| = 0 & |-10 \cdot (-8)| = 80 \\ | -(+8)| = 8 & |-2 \cdot 3 + 8| = 2 \\ | -101| = 101 & |-18 : 9 + 6| = 4 \\ |6281| = 628 & |-30 : (-5) - 101| = 4 \end{array}$$

15

DZIAŁANIA NA LICZBACH CAŁKOWITYCH

$$\begin{array}{l} [-2 \cdot (-9)] : [-3 + 10 \cdot (-2)] = -\frac{18}{23} \\ (4 - 6) \cdot (-8) + 9 : (-3 - 6) = 15 \\ -6 : (-3) + 19 \cdot (-2) = -36 \\ -3 \cdot (-10) : (-2) + 5 \cdot (-2) = -25 \\ (9 - (-2)) \cdot (-8) = -88 \end{array}$$



DODAWANIE I ODEJNIOWANIE LICZB CAŁKOWITYCH

$$\begin{array}{ll} -2 + 9 = 7 & -5 + 10 = 5 \\ 3 - (-5) = 8 & 10 + (-11) = -1 \\ (-6) + (-2) = -8 & -13 + (-2) + (-7) = -22 \\ -9 - (-5) = -4 & -4 + (-4) + 4 - (-4) = 0 \\ 10 - (+3) = 7 & -6 + (-2) + (-9) = -17 \\ -6 + (-1) = -7 & -3 - (-1) + 9 = 7 \\ -2 - (-9) = 7 & 15 - (-1) - 91 + 13 = -62 \\ & -8 + 2 - 6 = -12 \\ & -3 + 3 = 0 \\ & 11 - (+3) - (-9) = -1 \\ & 12 + (-3) - 9 = 0 \\ & 15 - 20 - 6 = -11 \end{array}$$

14

MNOŻENIE I DZIELENIE LICZB CAŁKOWITYCH

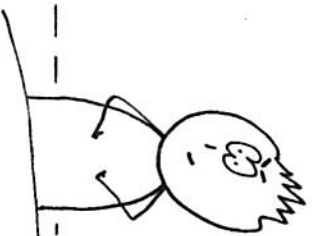
$$\begin{array}{lll} 2 \cdot (-9) = -18 & (-3)^2 = 9 & 40 : (-5) = -8 \\ -6 \cdot (-5) = 30 & -3^2 = -9 & -1000 : (-100) = 10 \\ -3 \cdot 8 = -24 & 16 : (-4) = -4 & 300 : (-3) = -100 \\ -9 \cdot 10 = -90 & 12 \cdot (-3) = -36 & (-3) \cdot (-6) : 2 = 9 \\ (-6)^2 = 36 & -80 : (-5) = 16 & [19 \cdot (-3)] : [6 \cdot (-1)] = 9,5 \\ -8^2 = -64 & -100 : 10 = -10 & [-3 \cdot (-9)] : (-3) = -9 \\ & & 13 \cdot (-2) \cdot (-1) = 26 \\ & & (-4)^2 : 8 \cdot (-2) = -4 \\ & & 20 \cdot (-2) : 4 \cdot (-5) = 50 \end{array}$$

ODPOWIEDZI

УПАККИ ЗУКЛЕ

17

$\frac{4}{9}$ - CZTERY DZIEWIĄTE	szеść dziesiątych - $\frac{6}{10}$
$\frac{2}{3}$ - DWA TRZECIE	jedna szóstka - $\frac{1}{6}$
$\frac{1}{5}$ - JEDNA PIĄTA	trzy czteryście - $\frac{3}{13}$
$\frac{3}{4}$ - TRZY CZWARTE	jedna dwudziesta - $\frac{1}{20}$
$\frac{1}{2}$ - JEDNA DRUGA	dwa czwarte - $\frac{2}{4}$
$\frac{2}{7}$ - DWA SIÓDMIE	cztery piętnaste - $\frac{4}{15}$
$\frac{4}{5}$ - CZTERY PIĄTE	osiem dziesiątych - $\frac{8}{10}$
$\frac{1}{10}$ - JEDNA DZIESIĄTA	pięć szóstych - $\frac{5}{6}$
$\frac{3}{20}$ - TRZY DWUDZIESTE	
$\frac{6}{8}$ - SZESZĆ OSMYCH	
$\frac{5}{10}$ - PIĘĆ DZIESIĄTYCH	



PORÓWNYWANIE UPĄKКОВ ЗУКЛЕЧУХ

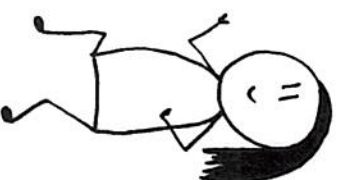
19

$\frac{1}{5} < \frac{3}{5}$	$\frac{21}{100} > \frac{20}{100}$	$\frac{2}{4} > \frac{2}{10}$	$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$
$\frac{6}{4} > \frac{5}{4}$	$\frac{35}{36} > \frac{30}{36}$	$\frac{4}{9} > \frac{4}{11}$	$\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$
$\frac{9}{12} > \frac{3}{12}$	$\frac{4}{11} > \frac{2}{11}$	$\frac{12}{13} < \frac{12}{11}$	$\frac{7}{8} > \frac{1}{4}$
$\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$	$\frac{5}{3} > \frac{5}{12}$	$\frac{11}{9} < \frac{11}{8}$	
$\frac{9}{10} > \frac{1}{10}$	$\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$	$\frac{9}{2} > \frac{9}{3}$	
$\frac{3}{3} > \frac{1}{3}$	$\frac{6}{4} < \frac{6}{5}$	$\frac{15}{14} > \frac{15}{18}$	

21

SKRACANIE I ROZSZERZANIE UPĄKКОВ ЗУКЛЕЧУХ

$\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$	$\frac{2}{9} = \frac{12}{54}$
$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	$\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$	$\frac{3}{5} = \frac{36}{60}$	$\frac{3}{5} = \frac{360}{600}$
$\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$	$\frac{50}{45} = \frac{2}{3}$	$\frac{1}{8} = \frac{38}{32}$	$\frac{4}{7} = \frac{16}{28}$
$\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$	$\frac{22}{33} = \frac{2}{3}$	$\frac{4}{3} = \frac{9}{27}$	$\frac{3}{10} = \frac{6}{20}$
$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$	$\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$	$\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$	$\frac{17}{20} = \frac{34}{40}$



ODPOWIEDZI

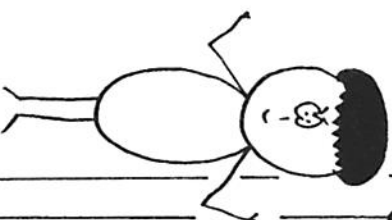
УПАККИ МΕΑΡΙΣΙΜΕ, ΝΙΜΕΤΑΡΙΣΙΜΕ, ΛΙΣΘΗ ΝΙΕΣΑΝΕ

23

$$\begin{array}{lll} 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4} & 10\frac{3}{10} = \frac{103}{10} & \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} & \frac{12}{4} = 3 \\ 6\frac{1}{2} = \frac{13}{2} & 5\frac{2}{3} = \frac{17}{3} & \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} & \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9} \\ 1\frac{1}{8} = \frac{9}{8} & 6\frac{11}{20} = \frac{131}{20} & \frac{4}{2} = 2 & \frac{3}{3} = 1 \\ 3\frac{2}{5} = \frac{18}{5} & 8\frac{2}{9} = \frac{74}{9} & \frac{15}{3} = 5\frac{2}{3} & \frac{101}{5} = 20\frac{1}{5} \\ 4\frac{6}{7} = \frac{34}{7} & 1\frac{2}{11} = \frac{13}{11} & \frac{25}{10} = 2\frac{5}{10} = 2\frac{1}{2} & \frac{8}{4} = 2 \\ 9\frac{1}{5} = \frac{46}{5} & 4\frac{2}{10} = \frac{42}{10} & & \end{array}$$

26 ОДЕЖНОУАНІЕ УЕАТКІЌУ О ЈЕДНАКОВУХ НІАНУМІКАХ

$$\begin{array}{lll} \frac{2}{10} - \frac{2}{10} = \frac{1}{2} & 6\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = 5\frac{2}{5} & 5\frac{2}{5} - 2\frac{2}{5} = 2\frac{4}{5} \\ \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4} & 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2 & 9\frac{6}{13} - 7\frac{10}{13} = 1\frac{9}{13} \\ \frac{2}{9} - \frac{1}{9} = \frac{1}{9} & 16\frac{2}{7} - 13\frac{5}{7} = 2\frac{4}{7} & 10\frac{1}{10} - 3\frac{3}{10} = 6\frac{2}{5} \\ 2 - \frac{6}{4} = 1\frac{1}{4} & 4 - 2\frac{3}{10} = 1\frac{7}{10} & 7\frac{2}{8} - 2\frac{7}{8} = 4\frac{1}{2} \\ 3 - \frac{2}{5} = 2\frac{3}{5} & 4\frac{8}{9} - 3\frac{7}{9} = 1\frac{1}{9} & 6\frac{2}{17} - 4\frac{15}{17} = 1\frac{4}{17} \\ 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} & 2\frac{1}{11} - 1\frac{7}{11} = \frac{8}{11} & \end{array}$$



25

ДОДАУАНІЕ УЕАТКІЌУ О ЈЕДНАКОВУХ НІАНУМІКАХ

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4} & \frac{15}{5} + \frac{4}{5} = 4\frac{1}{5} & \\ \frac{6}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10} & \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = 1 & \\ \frac{8}{9} + \frac{1}{9} = 1 & 2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3} = 6 & \\ \frac{2}{15} + \frac{6}{15} + \frac{2}{15} = 1\frac{1}{5} & 6\frac{1}{10} + 1\frac{2}{10} = 7\frac{2}{5} & \\ \frac{2}{17} + \frac{6}{17} = \frac{8}{17} & 3\frac{8}{9} + 6\frac{4}{9} = 10\frac{1}{3} & \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 & 5\frac{2}{5} + 6\frac{1}{5} = 11\frac{3}{5} & \\ \frac{5}{30} + \frac{2}{30} = \frac{7}{30} & 7\frac{2}{8} + 8\frac{4}{8} = 15\frac{3}{4} & \\ \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} & 4\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4} = 7\frac{1}{2} & \end{array}$$

28

ДОДАУАНІЕ УЕАТКІЌУ О РЕЗУЛТУХ НІАНУМІКАХ

$$\begin{array}{lll} \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10} & \frac{5}{11} + \frac{3}{11} = 1\frac{8}{11} & \frac{7}{9} + 5\frac{1}{9} = 5\frac{8}{9} \\ \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} & \frac{6}{7} + \frac{1}{7} = 1\frac{1}{7} & 3\frac{2}{5} + 6\frac{1}{5} = 9\frac{3}{5} \\ \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = 1\frac{1}{8} & 2\frac{1}{8} + 3\frac{1}{8} = 5\frac{2}{8} & \frac{9}{5} + \frac{1}{10} = 1\frac{9}{10} \\ \frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9} & 4\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = 4\frac{3}{6} & \frac{6}{4} + \frac{9}{2} = 6 \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6} & \frac{7}{9} + 1\frac{1}{3} = 1\frac{8}{9} & \end{array}$$

ODPOWIEDZI

30

ODEJNOWANIE UFARKÓW O RÓŻNYCH MIANOWNIKACH

$$\begin{array}{ll} \frac{3}{4} - \frac{1}{7} = \frac{17}{28} & \frac{3}{10} - \frac{1}{30} = \frac{4}{15} \\ \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{10} & 5\frac{1}{4} - 3\frac{1}{14} = 2\frac{11}{28} \\ 2\frac{1}{8} - \frac{2}{9} = 1\frac{65}{72} & 1\frac{1}{4} - \frac{9}{11} = \frac{58}{44} \\ 4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{8} = 2\frac{25}{24} & \frac{12}{13} - \frac{4}{26} = \frac{10}{13} \\ \frac{4}{5} - \frac{1}{10} = \frac{7}{10} & \frac{9}{13} - \frac{3}{8} = \frac{33}{104} \\ 3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4} & 9\frac{2}{10} - 2\frac{2}{20} = 7\frac{2}{4} \\ 6\frac{2}{9} - 4\frac{1}{3} = 1\frac{8}{9} & \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \end{array}$$

32

MNOŻENIE UFARKÓW PRZEZ LICZBĘ NATURALNĄ

$$\begin{array}{ll} 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \cdot 6 = 3 \\ 6 \cdot \frac{1}{5} = 1\frac{1}{5} & \frac{3}{5} \cdot 2 = 1\frac{1}{5} \\ 3 \cdot \frac{11}{10} = 3\frac{3}{10} & 3\frac{1}{2} \cdot 3 = 10\frac{1}{2} \\ \frac{1}{9} \cdot 8 = \frac{8}{9} & 2 \cdot 4\frac{1}{3} = 8\frac{2}{3} \end{array}$$

34

DZIELENIE UFARKÓW

$$\begin{array}{ll} \frac{3}{5} : \frac{3}{4} = \frac{4}{5} & 1 : \frac{4}{5} = \frac{5}{4} \\ 2\frac{1}{4} : \frac{30}{41} = 2\frac{13}{13} & \frac{8}{9} : 1\frac{3}{5} = \frac{2}{3} \\ \frac{2}{9} : 3 = \frac{2}{27} & 5\frac{1}{2} : \frac{11}{12} = 6 \\ 2 : 1\frac{1}{3} = 1\frac{1}{2} & 3\frac{4}{9} : 1\frac{1}{5} = 2\frac{11}{9} \\ 1\frac{1}{4} : 2\frac{1}{5} = \frac{25}{44} & 4\frac{1}{3} : \frac{2}{5} = 6\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} : \frac{3}{8} = 1\frac{1}{3} & 6\frac{1}{4} : \frac{9}{11} = 9\frac{5}{9} \end{array}$$



MNOŻENIE UFARKÓW

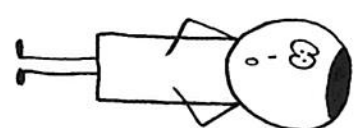
$$\begin{array}{ll} \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{4} & 3\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{10} = 3\frac{3}{20} \\ \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{27} & 2\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{11} = \frac{3}{8} \\ \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{25} & \frac{10}{4} \cdot \frac{8}{7} = 2\frac{6}{7} \\ & 6\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = 5 \\ & \frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{8} = \frac{1}{8} \\ & \frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{3} = 1 \end{array}$$

32

36

OBLICZANIE LICZBY Z DANEGO JED UFARKA

$$\begin{array}{ll} 15 : \frac{1}{3} = 45 & 3\frac{3}{4} : \frac{1}{10} = 37\frac{1}{2} \\ 8 : \frac{3}{4} = 10\frac{2}{3} & 2\frac{1}{2} : \frac{1}{5} = 12\frac{1}{2} \\ 10 : \frac{6}{7} = 11\frac{5}{6} & \end{array}$$



DZIAŁANIA NA UFARKACH ZWYKŁYCH

$$\begin{array}{ll} \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{12} + 6 = 6\frac{1}{3} & 2\frac{5}{9} : \frac{13}{9} + \frac{2}{5} \cdot 4 = 3\frac{24}{65} \\ \frac{4}{5} : \frac{1}{5} \cdot (2\frac{1}{3})^2 - \frac{6}{7} \cdot 2 = 20\frac{4}{63} & \frac{3}{11} \cdot \frac{1}{9} \cdot 5 + \frac{9}{10} : \frac{1}{5} = 4\frac{11}{12} \\ (\frac{2}{3})^2 \cdot 4 - \frac{1}{2} = 1\frac{5}{18} & (\frac{2}{5} - \frac{1}{5}) \cdot \frac{3}{8} + 9\frac{1}{10} = 9\frac{11}{40} \end{array}$$

38

ODPOWIEDZI

||> ZAMIANA Ułamków I 40

$\frac{2}{10} = 0,2$	$5\frac{11}{100} = 5,11$	$61,5 = 61\frac{1}{2}$
$\frac{35}{100} = 0,35$	$\frac{18}{10000} = 0,0018$	$6,2 = 6\frac{1}{5}$
$2\frac{1}{10} = 2,01$	$4\frac{31}{1000} = 4,031$	$2,006 = 2\frac{6}{1000}$
$\frac{216}{100} = 2,16$	$1\frac{1}{10} = 1,1$	$4,91 = 4\frac{91}{100}$
$3\frac{25}{1000} = 3,025$	$0,24 = \frac{6}{25}$	$10,8 = 10\frac{4}{5}$
$\frac{9}{100} = 0,09$	$0,8 = \frac{4}{5}$	$5,6 = 5\frac{3}{5}$
$\frac{61}{10} = 6,1$	$3,281 = 3\frac{281}{1000}$	$1,0003 = 1\frac{3}{10000}$
$\frac{17}{100} = 0,17$	$0,17 = \frac{17}{100}$	$0,0025 = \frac{1}{400}$
$\frac{2}{1000} = 0,002$	$0,006 = \frac{3}{500}$	
$1\frac{7}{10} = 1,7$	$2,4 = 2\frac{2}{5}$	

ROZSZERZANIE I SKRACANIE Ułamków DZIESIĘTNYCH 45

$0,850 = 0,85$	$3,300 = 3,3$	np. $0,8 = 0,800$
$3,0200 = 3,02$	$0,0010 = 0,001$	np. $33,1 = 33,10$
$11,950 = 11,95$	np. $2,5 = 2,50$	np. $6,95 = 6,950$
		np. $0,28 = 0,2800$

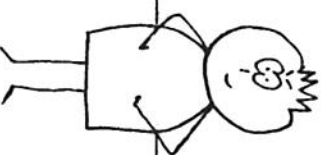
||> ZAMIANA Ułamków II 42

$\frac{1}{10} = 0,1$	$2\frac{1}{2} = 2,2$	$2,51 = 2\frac{51}{100}$	$0,03 = \frac{3}{100}$
$\frac{7}{100} = 0,07$	$6\frac{3}{4} = 6,75$	$3,02 = 3\frac{1}{50}$	$5,22 = 5\frac{11}{50}$
$\frac{1}{2} = 0,5$	$1\frac{13}{50} = 1,026$	$0,66 = \frac{33}{50}$	$0,001 = \frac{1}{1000}$
$\frac{3}{20} = 0,15$	$8\frac{11}{100} = 8,11$	$0,092 = \frac{23}{250}$	$7,93 = 7\frac{93}{100}$

43 PORÓWNYWANIE Ułamków DZIESIĘTNYCH

$2,001 < 3,001$	$7,09 < 8,09$	$1,025 < 1,027$
$6,38 < 6,382$	$2,03 < 2,05$	$3,38 > 3,18$
$12,01 > 12,001$	$0,01 < 0,1$	$2,29 > 2,09$
$14,99 < 14,999$	$9,0 = 9$	$10 < 10,1$
$16,99 < 17$	$4,85 = 4,850$	$13,819 < 13,889$
$0,5 < 0,6$	$9,01 < 9,1$	$0,015 > 0,013$
$0,08 < 0,89$		
$3,01 = 3,010$		

45



ODPOWIEDZI

50

ODEJMOVANIE VEKOV DVIESIETNYCH

$$50 - 27,93 = 22,07$$

$$2,2 - 1,959 = 0,241$$

$$13,001 - 0,845 = 12,126$$

$$44,45 - 39,86 = 4,59$$

$$0,68 - 0,399 = 0,281$$

$$11,836 - 9,971 = 1,865$$

$$108,35 - 68,97 = 39,38$$

$$120,01 - 19,97 = 100,04$$

$$53,87 - 29,358 = 24,512$$

$$144,95 - 136,69 = 14,26$$

6

DODAVANIE VEKOV DVIESIETNYCH

$$12,6 + 0,68 = 13,28$$

$$0,6 + 3,95 = 4,55$$

$$121,09 + 0,387 = 121,477$$

$$216,002 + 4,41 = 220,412$$

$$6,99 + 3,857 = 10,847$$

$$259,01 + 66,097 = 325,107$$

49

MURAZENIA DVUHMANOVANE

47

4zL 20gr = 4,2zL	10zL 2gr = 10,02zL
5m 3cm = 5,03m	5dm 3mm = 5,03dm
6km 28m = 6,028km	7m 33mm = 7,033m
3kg 20dag = 3,2kg	12kg 3g = 12,003kg
2t 305kg = 2,305t	2km 305m = 2,305km
2,35dm = 2dm 35mm	46,2dag = 46dag 2g
3,82kg = 3kg 82dag	3,095t = 3t 95kg
11,025km = 11km 25m	9,08m = 9m 8cm

51

MNOZENIE I DZIELENIE VEKOV DVIESIETNYCH PRIZET 10, 100, 1000, ...

2,35 · 10 = 0,235	16,8 · 100 = 1680	33,625 · 1000 = 33625
6,85 · 10 = 68,5	1581,95 · 1000 = 1,58195	0,006 · 100 = 0,6
2008,3 · 100 = 20,083	2,03 · 100 = 0,0203	2,29 : 10 = 0,229
3,95 : 100 = 0,0395	0,03 · 10 = 0,3	53,36 : 100 = 0,5336
12,91 · 1000 = 12910	2,9083 · 100 = 0,029083	426,87 · 10 = 4268,7

ODPOWIEDZI

53

MNOŻENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

$$0,1 \cdot 0,03 = 0,003$$

$$2,12 \cdot 0,02 = 0,0424$$

$$0,6 \cdot 0,3 = 0,18$$

$$0,7 \cdot 2,85 = 1,995$$

$$0,2 \cdot 0,02 = 0,004$$

$$6,6 \cdot 0,91 = 6,006$$

$$0,001 \cdot 0,6 = 0,0006$$

$$1,1 \cdot 0,97 = 1,067$$

$$0,003 \cdot 0,07 = 0,00021$$

$$2,8 \cdot 3,61 = 10,108$$

$$0,9 \cdot 0,1 = 0,09$$

$$0,25 \cdot 2,6 = 0,65$$

$$0,02 \cdot 0,005 = 0,0001$$

$$4 \cdot 0,97 = 3,88$$

$$0,7 \cdot 0,01 = 0,007$$

57

DZIAŁANIA NA UŁAMKACH DZIESIĘTNYCH

$$0,96 \cdot 0,3 - 0,3 \cdot 0,2 + 6,9 : 3 = 2,528$$

$$0,25 : 0,4 + (0,6)^2 + 0,2 = 1,185$$

$$4 - 0,91 \cdot (0,3 + 0,5) = 3,272$$

$$96,5 : 0,8 - (4,3)^2 \cdot 0,1 = 118,776$$

55 → DZIELENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

$$63,69 : 0,3 = 212,3$$

$$714,36 : 0,4 = 1785,9$$

$$563 : 0,02 = 28150$$

$$652,2 : 0,6 = 1087$$

59

DZIAŁANIA NA UŁAMKACH ZMIKTYCH I DZIESIĘTNYCH

$$3,5 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 0,3 = 27,85$$

$$0,35 : 0,2 - 1\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{10} = 1,62$$

$$4\frac{1}{2} : 0,1 - 2,3 : 0,5 = 37,4$$

$$(0,7 - 0,3) \cdot 0,2 + 1\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 6\frac{56}{75}$$

$$3,9 + 0,6 \cdot \frac{2}{5} = 4,14$$

$$\frac{2}{3} \cdot 6\frac{1}{2} - 0,9 : 3 = 3,6$$

DZIAŁANIA NA UŁAMKACH

60

$$17 - (1\frac{1}{2})^2 : 0,3 = 9,5$$

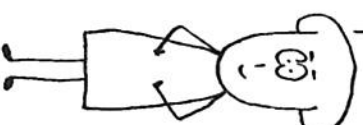
$$10 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0,4)^3 = 10,16$$

$$\frac{4}{9} : \frac{1}{3} + 0,2 \cdot (0,1)^2 = \frac{503}{1500}$$

$$4,5 : \frac{1}{2} \cdot 4^2 + 0,1 \cdot 1\frac{1}{2} = 144,12$$

$$4 \cdot 0,6 + 2 \cdot 1\frac{1}{2} = 5,4$$

$$2,2 \cdot 0,45 - 0,11 \cdot 3^2 = 0$$



ODPOWIEDZI

63

POTĘGA O MIKRODNIKU NATURALNYM

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $3^4 = 81$ | 8) $(-16)^0 = 1$ | 15) $0,1^3 = 0,001$ |
| 2) $(-1)^6 = 1$ | 9) $(-\frac{1}{5})^4 = -\frac{1}{625}$ | 16) $-0,1^2 = -0,01$ |
| 3) $(-2)^2 = 4$ | 10) $10^4 = 10000$ | 17) $(-3)^2 = 9$ |
| 4) $(-1,2)^3 = -1,728$ | 11) $-2^0 = -1$ | 18) $(-6)^3 = -216$ |
| 5) $-2,5^2 = -6,25$ | 12) $(1\frac{1}{4})^2 = \frac{25}{16}$ | 19) $(\frac{1}{10})^4 = \frac{1}{10000}$ |
| 6) $(-\frac{3}{4})^3 = -\frac{27}{64}$ | 13) $(-1\frac{9}{10})^3 = -6,859$ | 20) $\frac{2^2}{3} = -\frac{4}{3}$ |
| 7) $0^3 = 0$ | 14) $1^3 = 1$ | 21) $(-\frac{1}{5})^2 = -\frac{1}{25}$ |

66

ILOCZYNN I ILORAZ POTĘG O JEDNAKOWYM PODSTAWACH

$$4^8 \cdot 4^6 = 4^{14}$$

$$2^3 \cdot 2^6 = 2^9$$

$$9^5 : 9 = 9^4$$

$$10^{10} : 10^8 = 10^2 = 100$$

$$b^7 \cdot b^3 = b^{10}$$

$$x^{12} : x^{11} = x^1 = x$$

$$y^{10} : y^{10} = y^0 = 1$$

$$\frac{c^8 \cdot c^{10}}{c^{12}} = c^6$$

$$\frac{6^4 : 6^3}{6} = 6^0 = 1$$

$$5^8 \cdot 5^4 : 5^5 = 5^7$$

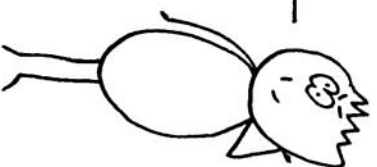
$$\frac{3^{10} : 3^8 \cdot 3^2}{3 \cdot 3} = 3^2 = 9$$

$$7^3 \cdot (-7)^4 = 7^7$$

$$(-3)^4 \cdot 3^2 : 3^4 = 3^2 = 9$$

POTĘGOWANIE ILOCZYNNU 64

$(3y)^2 = 9y^2$	$(abc)^3 = a^3 b^3 c^3$	$(\frac{1}{4})^4 \cdot 4^4 = 1$	$(2 \cdot 3)^2 = 9^2$	$50^3 \cdot 2^3 \cdot 10^3 = 10^9$
$(-2x)^3 = -8x^3$	$-(3x)^2 = -9x^2$	$(-\frac{1}{2})^4 \cdot (-\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$	$(-8 \cdot p)^2 = 64p^2$	$(3xy^2)^2 = 9x^2 y^4$
$(4yz)^3 = 64y^3 z^3$	$-(2y)^3 = -8y^3$	$(6 \cdot 2)^3 = 1728$	$(4 \cdot 2)^3 = 512$	$(-9z)^3 \cdot (-\frac{1}{3})^3 = 27z^3$
$(-\frac{1}{2}x)^3 = -\frac{1}{8}x^3$	$2^3 \cdot 5^3 = 10^3 = 1000$	$(3 \cdot 7)^2 = 441$	$9^2 \cdot (\frac{1}{3})^2 \cdot 3^2 = 81$	$(6k)^2 \cdot (0,3)^2 \cdot 5^2 = 81k^2$
$(-9m)^2 = 81m^2$	$(1\frac{1}{5})^3 \cdot (\frac{2}{3})^3 = 0,000175616$	$(10 \cdot 6)^2 = 3600$	$3^4 \cdot (\frac{1}{3})^4 = \frac{1}{81}$	



ODPOWIEDZI

65

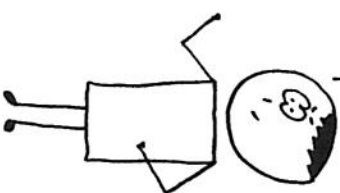
• POTĘGOWANIE LICZBY

$$\begin{aligned}
 15^{10} : 5^{10} &= 3^{10} & (2,5)^3 : (0,5)^3 &= 125 \\
 (0,8)^2 : (0,2)^2 &= 16 & (-6k)^2 : 2^2 &= 9k^2 \\
 (-3)^2 : (0,7)^2 &= 18 \frac{18}{49} & \left(\frac{xy}{3}\right)^3 &= \frac{x^3 y^3}{27} \\
 (0,6)^2 : (0,3)^2 &= 4 & \left(\frac{a}{b}\right)^2 &= \frac{a^2}{3b} \\
 \left(\frac{ab}{2c}\right)^2 &= \frac{a^2 b^2}{4c^2} & \left(\frac{1}{3}\right)^4 &= \frac{1}{81} \\
 \left(\frac{3x}{y}\right)^2 &= \frac{9x^2}{y^2} & 10^4 : 5^4 &= 16 \\
 (7 : x)^3 &= \frac{343}{x^3} & 9^3 : (-3)^3 &= -27 \\
 (9z : 3)^2 &= 9z^2 & \left(\frac{4}{8}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^3 &= \frac{1}{8} \\
 \left(\frac{2}{5}\right)^3 &= \frac{8}{125} & (2,2)^2 : (1,1)^2 &= 4 \\
 \left(1\frac{1}{4}\right)^2 &= \frac{25}{16}
 \end{aligned}$$

67

• POTĘGOWANIE POTĘGI

$$\begin{aligned}
 (2^9)^2 &= 2^{18} & (6^2)^3 &< (6^3)^4 \\
 (6^3)^7 &= 6^{21} & (2^2)^5 &> (2^3)^2 \\
 (1^5)^4 &= 1^4 = 1 & ((-3)^2)^4 &> (-3)^6 \\
 (9^2)^6 &= 9^{12} & (4^3)^2 &= ((-4)^3)^2 \\
 (5^2)^8 &= 5^{16} & (-1)^3 &= ((-1)^2)^3 \\
 (4^3)^4 &= 4^{12} & (-5)^5 &< ((-5)^3)^2 \\
 ((-3)^2)^3 &= (-3)^6 = 3^6 & (-3)^9 &< (3^6)^2 \\
 ((-6)^3)^8 &= (-6)^{24} = 6^{24} & (-2)^4 &= (2^2)^2 \\
 (a^3)^8 &= a^{24} & (-10)^3 &< ((-10)^4)^2 \\
 (b^2)^4 &= b^8 & ((-2)^6)^2 &> (-2)^5
 \end{aligned}$$

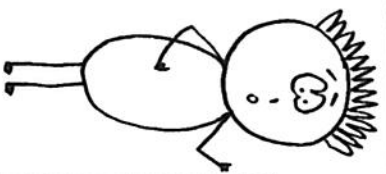


NOTACJA WYKŁADNICZA

$$\begin{aligned}
 385400 &= 3,854 \cdot 10^5 & 0,00075 &= 7,5 \cdot 10^{-4} & 25,87 \cdot 10^3 &= 2,587 \cdot 10^4 \\
 1250000 &= 1,25 \cdot 10^6 & 0,253 &= 2,53 \cdot 10^{-1} & 351,02 \cdot 10^{-5} &= 3,5102 \cdot 10^{-3} & 33,02 \cdot 10^{10} &= 3,302 \cdot 10^{11} \\
 600000 &= 6 \cdot 10^5 & 0,00069 &= 6,9 \cdot 10^{-4} & 61,095 \cdot 10^{-8} &= 6,1095 \cdot 10^{-7} & 125,9 \cdot 10^{-3} &= 1,259 \cdot 10^{-1} \\
 & & & & & & 25,08 \cdot 10^{-5} &= 2,508 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

70

ODPOWIEDZI



DZIAŁANIA NA PIERWIASTKACH 78

$5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 8\sqrt{5}$	$4\sqrt{5} \cdot 10 = 40\sqrt{5}$
$6\sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} + 3$	$2\sqrt{3} \cdot \sqrt{4} = 4\sqrt{3}$
$4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$	$4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{4} = 24\sqrt{24}$
$2\sqrt{4} + 8 + \sqrt{4} = 3\sqrt{4} + 8$	$4\sqrt{2} (2 + 3\sqrt{5}) = 8\sqrt{2} + 12\sqrt{10}$
$6\sqrt{2} + \sqrt{2} + 9 = 7\sqrt{2} + 9$	$(3\sqrt{3})^2 = 27$
$6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$	$4\sqrt{5} : 2 = 2\sqrt{5}$
$3\sqrt{2} - 8 - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 8$	$8\sqrt{4} : 4 = 2\sqrt{4}$
$9\sqrt{5} + 8 - 4\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 8$	$4\sqrt{2} : 2\sqrt{2} = 2$
$4 - 2\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 4 - 10\sqrt{3}$	$9\sqrt{5} : 3\sqrt{5} = 3$
$5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$	$3\sqrt{6} : \sqrt{6} = 3$
$4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{4} = 16\sqrt{2}$	$12\sqrt{10} \cdot 4\sqrt{5} = 3\sqrt{2}$
$6\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{2} = 12\sqrt{10}$	$3\sqrt{3} : 3\sqrt{3} = 1$

WYŁĄCZANIE CZYNNIKA PRZED ZNAK PIERWIASTKA 75

$\sqrt{200} = 10\sqrt{2}$	$\sqrt{120} = 2\sqrt{30}$	$\sqrt[3]{81} = 3\sqrt[3]{3}$
$\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$	$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{192} = 4\sqrt[3]{3}$
$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$	$\sqrt{324} = 18\sqrt{1}$	$\sqrt[3]{250} = 5\sqrt[3]{2}$

WYŁĄCZANIE CZYNNIKA POD ZNAK PIERWIASTKA 76

$10\sqrt{121} = \sqrt{12100}$	$3\sqrt{5} = \sqrt{45}$	$5\sqrt{3} = \sqrt{75}$
$4\sqrt{4} = \sqrt{16}$	$2\sqrt{6} = \sqrt{24}$	$2\sqrt{3} = \sqrt{12}$
$9\sqrt{3} = \sqrt{243}$	$4\sqrt{2} = \sqrt{32}$	$3\sqrt{6} = \sqrt{108}$
$4\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{64}$	$16\sqrt{2} = \sqrt{512}$	$4\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{688}$
$6\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{216}$	$15\sqrt{5} = \sqrt{1125}$	$9\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{3645}$
$5\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{1250}$	$32\sqrt{4} = \sqrt{4096}$	$10\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4000}$

ODPOWIEDZI

79

DZIAŁANIA NA PIERWIASTKACH

$$(3+\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2}+9) = 3\sqrt{2} + \sqrt{10} + 27 + 9\sqrt{5}$$

$$2 \cdot (\sqrt{3}+3) = 2\sqrt{3} + 6$$

$$3 \cdot \sqrt{7} + 2 - 2 \cdot (6+\sqrt{7}) = \sqrt{7} - 10$$

$$(4+\sqrt{6}) \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$(1+\sqrt{5}) \cdot 4 = 4 + 4\sqrt{5}$$

$$(4-\sqrt{2}) \cdot (6+\sqrt{3}) = 24 - 6\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

$$(3\sqrt{3}-1) \cdot 9 = 27\sqrt{3} - 9$$

$$(\sqrt{3}-4) \cdot (\sqrt{3}-3) = 15 - 7\sqrt{3}$$



80

DZIAŁANIA NA PIERWIASTKACH I POTĘGACH

$$2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 4^2 \cdot 4^3 : 4^5 = 6\sqrt{6} + 1$$

$$9\sqrt{2} \cdot 4^2 - 3\sqrt{2} \cdot 2^2 = 132\sqrt{2}$$

$$3^2 \cdot (\sqrt{2}-1) = 9\sqrt{2} - 9$$

$$(4^2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{2}) = 32 - 2\sqrt{3} + 16\sqrt{2} - \sqrt{6}$$

$$2^2 \cdot (\sqrt{3}-2) = 4\sqrt{3} - 8$$

$$6^2 : 6 : 6 \cdot (\sqrt{2}-1) = \sqrt{2} - 1$$

$$3\sqrt{2} \cdot (3^2 - 2^2) = 15\sqrt{2}$$

$$(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \cdot 3^2 : 3 = 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

$$4 \cdot 2^2 \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{4}) = 16$$

$$(3\sqrt{5} + 6) \cdot 3^2 = 27\sqrt{5} + 54$$

$$(\sqrt{25} - \sqrt{64}) \cdot 2^2 = -12$$

$$(\sqrt{36} - 2) \cdot 4^2 : 2 = 32$$

