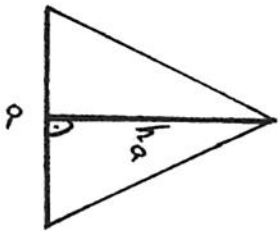


# POLE TRÓJKĄTA



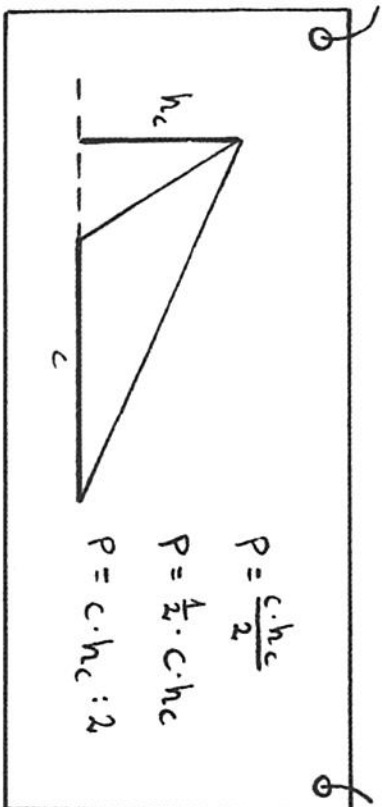
$$P = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$$

$$P = a \cdot h_a : 2$$

$h_a$  - WYSOKOŚĆ POPROWADZONA NA PODSTAWĘ  $a$   
 $h_a$  - WYSOKOŚĆ OPUSZCZONA NA PODSTAWĘ  $a$   
 $h_a$  - WYSOKOŚĆ MIERZONA (LICZONA) DO PODSTAWY  $a$

STOSUJEMY



$$P = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

$$P = c \cdot h_c : 2$$

## ZADANIA

1. OBLICZ POLE TRÓJKĄTA O PODSTAWIE 6 cm I WYSOKOŚCI 2 cm POPROWADZONEJ NA TĘ PODSTAWĘ.

$$a = 6 \text{ cm} \quad h_a = 2 \text{ cm}$$

$$P = 6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} : 2 = 6 \text{ cm}^2$$

$$P = a \cdot h_a : 2$$

2. POLE TRÓJKĄTA JEST RÓWNE 48 cm<sup>2</sup>. WYSOKOŚĆ NA DŁUGOŚĆ 6 cm. OBLICZ DŁUGOŚĆ PODSTAWY, NA KTÓRĄ POPROWADZONA JEST PODANA WYSOKOŚĆ.

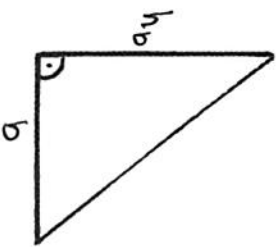
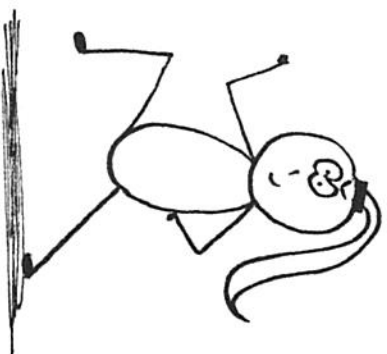
$$P = 48 \text{ cm}^2 \quad h_b = 6 \text{ cm}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot h_b \cdot b$$

$$48 \text{ cm}^2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ cm} \cdot b$$

$$48 \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm} \cdot b$$

$$b = 48 \text{ cm}^2 : 3 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$



$$P = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

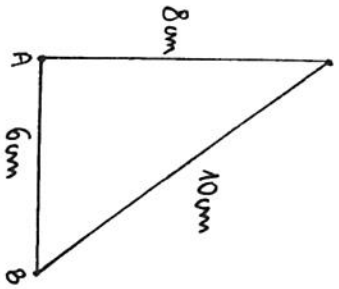
$$P = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b$$

$$P = b \cdot h_b : 2$$

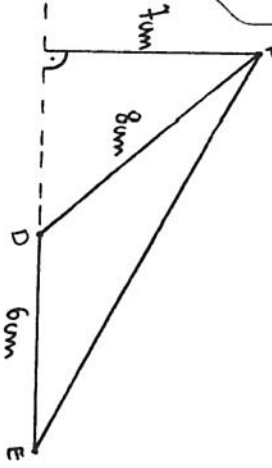
# ПОЛЕ ТРОУЖКАТА

ОБЛИЧ ПОЛА ПРЕДСТАВИОНИЧКИ ТРОУЖКОВ.

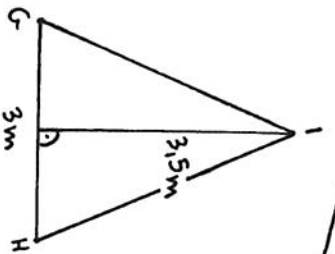
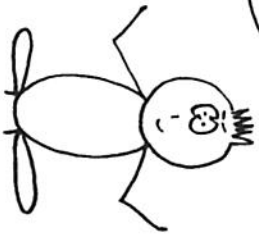
1



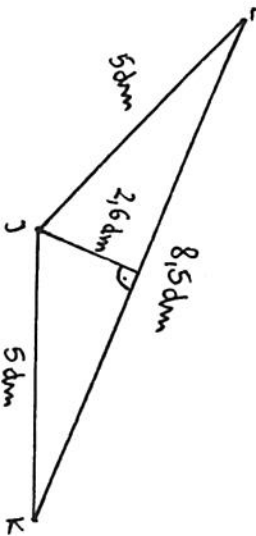
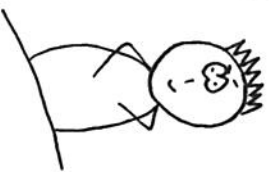
2



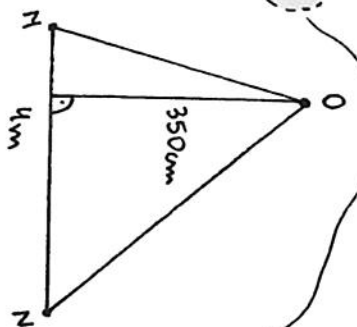
3



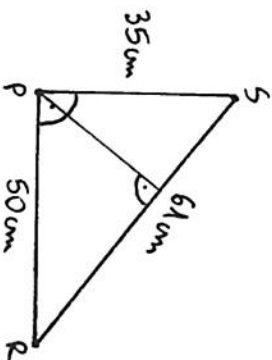
4



5

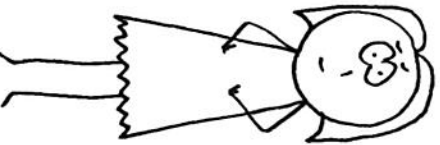


6



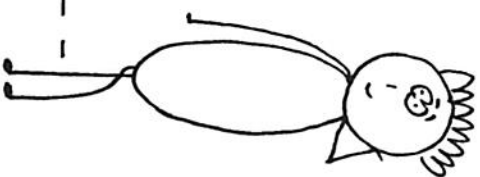
# POLE TRÓJKĄTA

1 PODSTAWA TRÓJKĄTA MA  $0,3 \text{ km}$ ,  
A WYSOKOŚĆ OPUSZCZONA NA TĘ  
PODSTAWĘ MA  $2 \text{ km}$ . OBLICZ POLE  
TEGO TRÓJKĄTA.



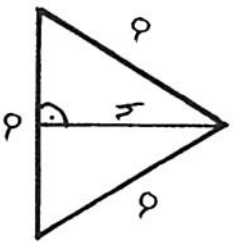
3 POLE TRÓJKĄTA PROSTOKĄTNEGO  
JEST RÓWNE  $30 \text{ cm}^2$ . JEDNA Z JEJÓ  
PRZYPROSTOKĄTNIC MA DŁUGOŚĆ  
 $6 \text{ cm}$ . OBLICZ DŁUGOŚĆ DRUGIEJ  
PRZYPROSTOKĄTNEJ.

2 OBLICZ POLE TRÓJKĄTA PROSTOKĄTNEGO  
O BOKACH:  $5 \text{ m}$ ,  $12 \text{ m}$ ,  $13 \text{ m}$ .



4 POLE TRÓJKĄTA JEST RÓWNE  $50 \text{ cm}^2$ .  
WYSOKOŚĆ MA DŁUGOŚĆ  $5 \text{ cm}$ . OBLICZ  
DŁUGOŚĆ PODSTAWY, NA KTÓRĄ OPUSZCZONA  
JEST PODANA WYSOKOŚĆ.

# POLE TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO



$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$$

SKAD SIĘ WZIĘŁY TE WZORY?

2 TWIERDZENIA PITAGORASA:

$$h^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = a^2$$

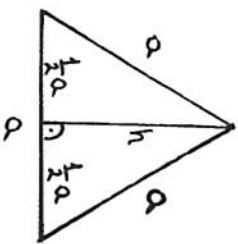
$$h^2 + \frac{1}{4}a^2 = a^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{1}{4}a^2$$

$$h^2 = \frac{3}{4}a^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

1

OBLICZ WYSOKOŚĆ TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO O BOKU 6 cm.

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

2

OBLICZ POLE TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO O BOKU 3√2 cm.

$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$P = \frac{(3\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9 \cdot 2 \sqrt{3}}{4} = \frac{18\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2} = 4\frac{1}{2}\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

3

OBLICZ DŁUGOŚĆ BOKU TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO O WYSOKOŚCI 8 dm.

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad | \cdot 2 \quad h = 8 \text{ dm}$$

$$8 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad | \cdot 2$$

$$16 = a\sqrt{3} \quad | \cdot \sqrt{3}$$

$$16\sqrt{3} = a \cdot 3 \quad | : 3$$

$$\frac{16\sqrt{3}}{3} = a$$

$$a = \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ dm}$$

# POLE TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO

1! OBLICZ WYSOKOŚĆ TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO O BOKU DŁUGOŚCI 8cm.

2! OBLICZ POLE TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO O BOKU 10cm.

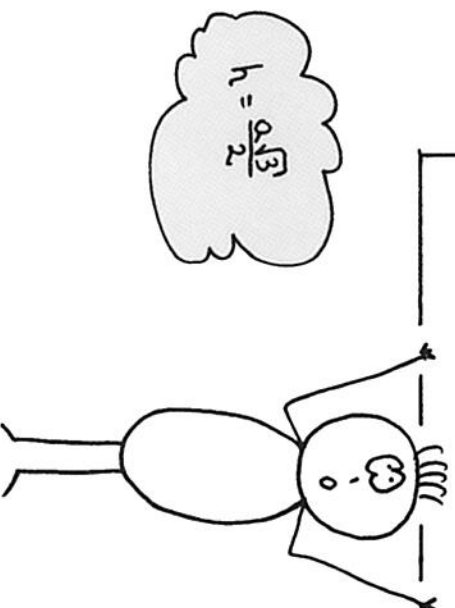
3! OBLICZ DŁUGOŚĆ BOKU TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO O WYSOKOŚCI 10cm.

4! OBLICZ POLE TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO O WYSOKOŚCI  $16\sqrt{3}$ cm.

5! OBLICZ WYSOKOŚĆ TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO, KTÓREGO POLE WYNOSI  $64\sqrt{3}$ cm<sup>2</sup>.

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



# POLE SZÉŚCÍOKÁTA FOREMNEGO



1  
OBLICZ POLE SZÉŚCÍOKÁTA  
FOREMNEGO O BOKU DŁUGOŚCI  
8 cm.

$$P = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$P = \frac{3 \cdot 8^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3 \cdot 64\sqrt{3}}{2} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

2  
POLE SZÉŚCÍOKÁTA FOREMNEGO  
WYNOSI  $8\sqrt{3} \text{ dm}^2$ . OBLICZ DŁUGOŚĆ  
BOKU TEGO SZÉŚCÍOKÁTA.

$$P = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$8\sqrt{3} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} \quad | \cdot 2$$

$$16\sqrt{3} = 3a^2\sqrt{3}$$

$$16 = 3a^2 \quad | :3$$

$$\frac{16}{3} = a^2$$

$$a = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ dm} \text{ LUB } a = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ dm}$$

4  
KRÓTSZA PRZEKĄTNA SZÉŚCÍOKÁTA  
FOREMNEGO NA DŁUGOŚĆ  $5\sqrt{3} \text{ cm}$ .  
OBLICZ POLE TEGO SZÉŚCÍOKÁTA.

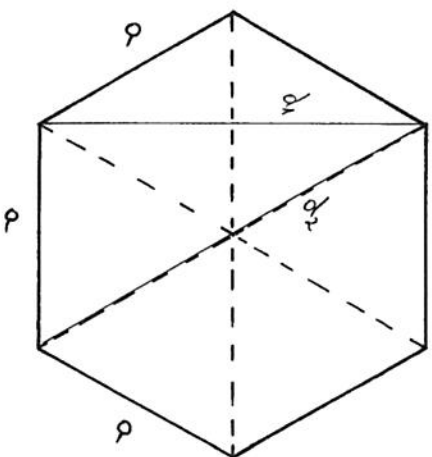
$$d_1 = 5\sqrt{3} \text{ cm} \quad d_2 = a\sqrt{3}$$

$$a\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$P = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$P = \frac{3 \cdot 5^2\sqrt{3}}{2} = \frac{75\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$



$$P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$d_1 = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

$$d_2 = 2 \cdot a = 2a$$

3  
OBLICZ DŁUGOŚCI PRZEKĄTNYCH SZÉŚCÍOKÁTA  
FOREMNEGO O BOKU DŁUGOŚCI 6 cm.

$$d_1 = a\sqrt{3}$$

$$d_1 = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$d_2 = 2a$$

$$d_2 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

# POLE SZÉŚCÍOKAŦA FOREMNEGO

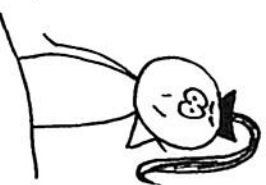
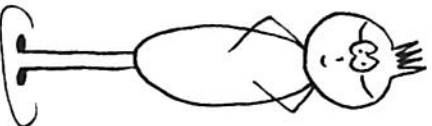
3) POLE SZÉŚCÍOKAŦA FOREMNEGO MYNOSI  $48\sqrt{3}$  dm<sup>2</sup>. OBLICZ DŁUGOŚĆ BOKU TEGO SZÉŚCÍOKAŦA.

1) OBLICZ POLE SZÉŚCÍOKAŦA FOREMNEGO O BOKU DŁUGOŚCI 10 cm.

2) OBLICZ POLE SZÉŚCÍOKAŦA FOREMNEGO O BOKU DŁUGOŚCI  $5\sqrt{2}$  cm.

4) OBLICZ DŁUGOŚĆ PRZEKAŦNYCH SZÉŚCÍOKAŦA FOREMNEGO O BOKU DŁUGOŚCI  $2\sqrt{3}$  cm.

5) KRÓTSZA PRZEKAŦNA SZÉŚCÍOKAŦA FOREMNEGO MA DŁUGOŚĆ  $3\sqrt{3}$  cm. OBLICZ OBWÓD TEGO SZÉŚCÍOKAŦA.





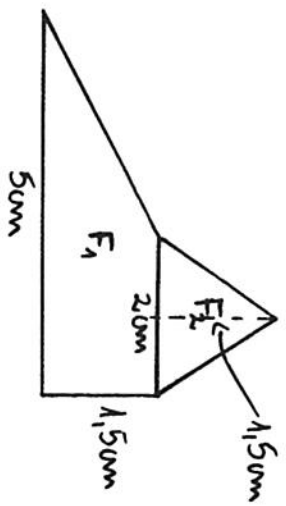
# POLE DOMOWNEGO WIELOKĄTA

JAK OBLICZYĆ POLE TAKIEJ FIGURY?



- 1 DZIELIMY FIGURĘ NA WIELOKĄTY, KTÓRE ZNAMY.
- 2 OBLICZAMY POŁA POWSTAŁYCH WIELOKĄTÓW.
- 3 SUMUJEMY OTRZYMANE WARTOŚCI (POŁA).  
 $F_1 + F_2 + F_3$

000  
OBLICZ POŁE FIGURY PRZEDSTAWIONEJ PONIŻEJ.  
ZMIERZ ODPowiednie Boki.



$F_1$  : TRAPPEZ  $P = \frac{1}{2} \cdot (5+2) \cdot 1,5$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1,5 = \frac{7}{2} \cdot 1,5 = 3,5 \cdot 1,5 = 5,25 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r}
 3,5 \\
 + 1,5 \\
 \hline
 17,5 \\
 + 357 \\
 \hline
 5,25
 \end{array}$$

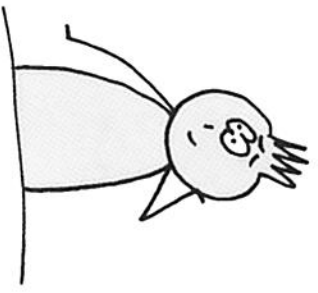
$F_2$  : TRÓJKĄT  $P = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,5$

$$P = \frac{2}{2} \cdot 1,5 = 1 \cdot 1,5 = 1,5 \text{ cm}^2$$

$$P_F = 5,25 \text{ cm}^2 + 1,5 \text{ cm}^2 = 6,75 \text{ cm}^2$$

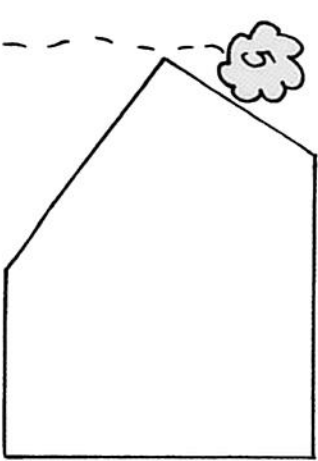
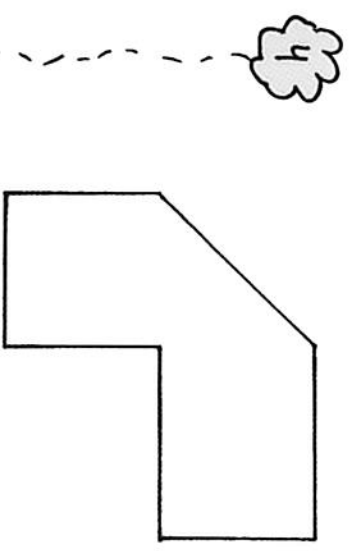
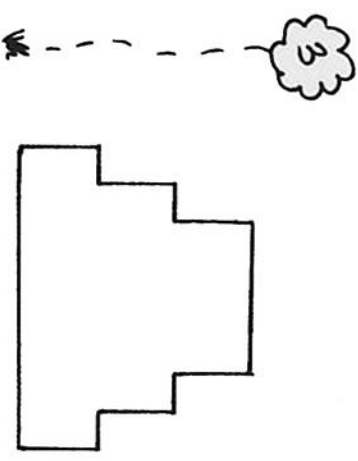
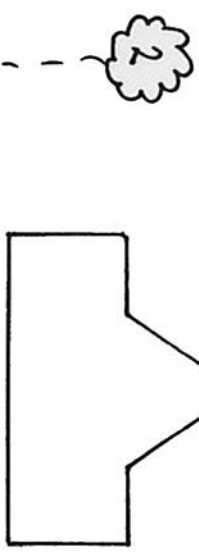
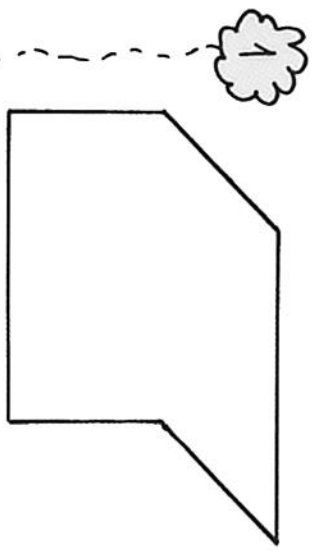
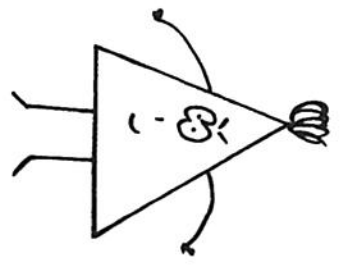
POŁE CAŁEJ FIGURY

$$\begin{array}{r}
 5,25 \\
 + 1,5 \\
 \hline
 6,75
 \end{array}$$





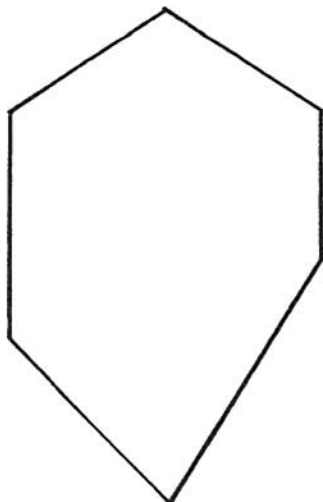
# POLE DOMOLNEGO WIELOKĄTA



OBLICZ POLA FIGUR  
PRZEDSTAWIONYCH NA  
RYSUNKACH. ZMIERZ  
ODPOWIEDNIE BOKI.

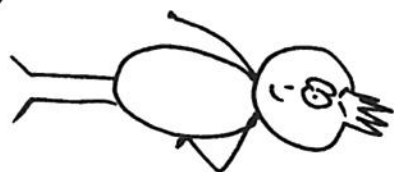
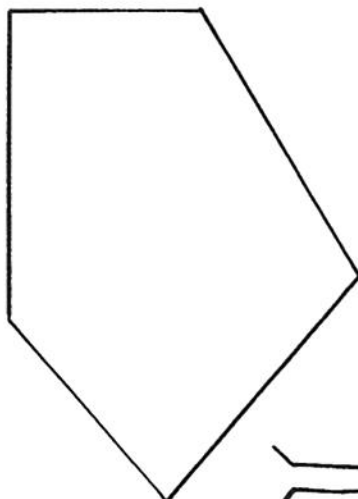
# POLE DOMOLNEGO WIELOKĄTA

1

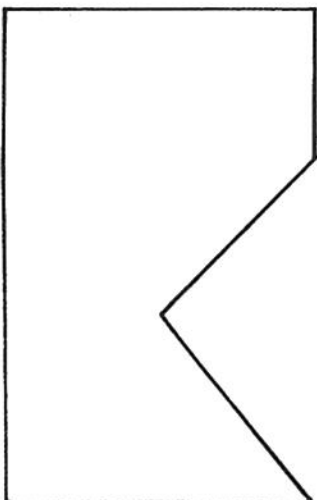


OBLICZ POŁA FIGUR  
PRZEDSTAWIONYCH NA  
RYSUNKACH. ZIEMERZ  
ODPOWIEDNIE BOKI.

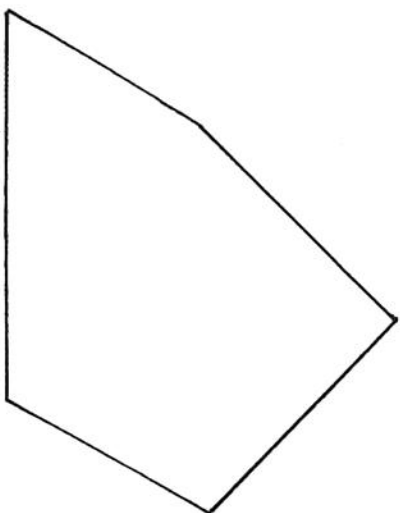
2



3

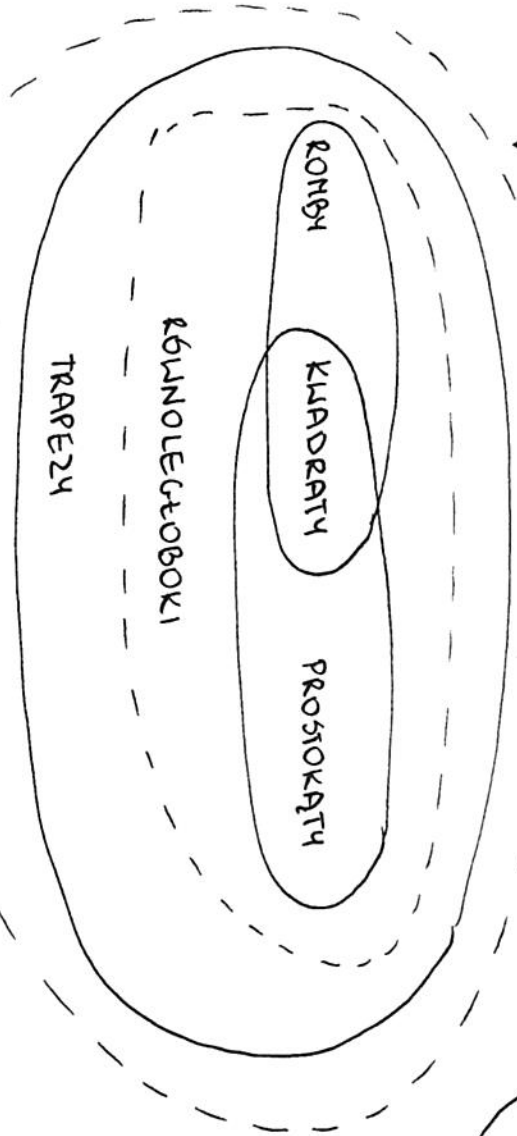


4

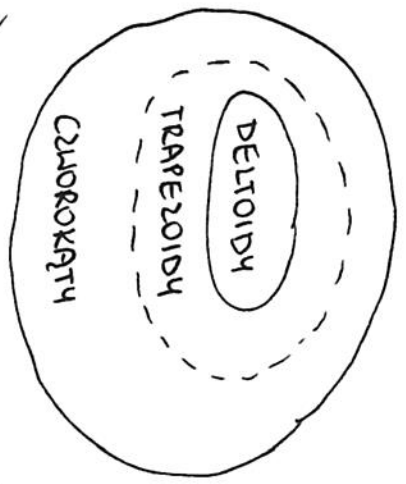


# СЪМОРОКАТИ

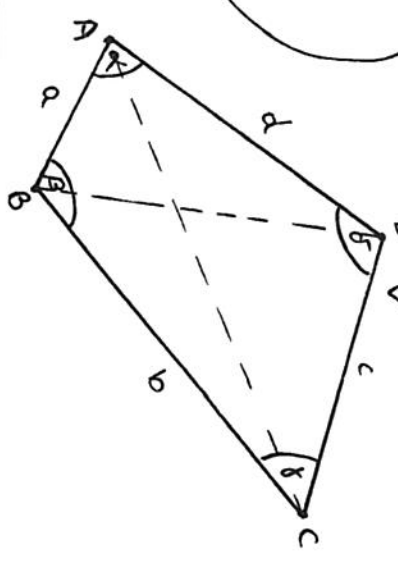
КЛАСИФИКАЦИЯ СЪМОРОКАТИ



СУМА КЪАТЪЪИ МЕМЪЕТЪЪИ:  $360^\circ$



СЪМОРОКАТ ABCD



СЪМОРОКАТ НА 4 БОКИ, 4 КЪАТИ  
1 4 ИЪЕТЪЪОЪКИ.

КЪАТИ:  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$   
 БОКИ:  $a, b, c, d$   
 ИЪЕТЪЪОЪКИ:  $A, B, C, D$   
 ПЪЪЕКЪАТИЪЕ:  $|AC|, |BD|$

ОЪЪМОЪО:  $|AB| + |BC| + |CD| + |DA|$   
 ОЪЪМОЪО:  $a + b + c + d$

# KWADRAT

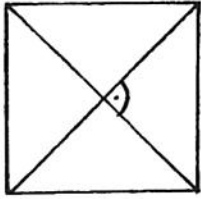
SUMA KĄTÓW  
WNIĘTYCH:  
 $360^\circ$

# PROSTOKĄT



PRZECIĄGLE  
BOKI SĄ  
RÓWNOLEGŁE.

PRZEKĄTNE  
SĄ  
PROSTOPADŁE.



SĄSIEDNIE  
BOKI SĄ  
PROSTOPADŁE.

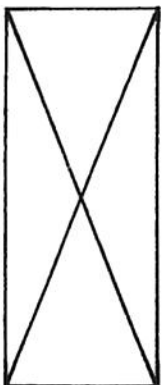
PRZEKĄTNE SĄ  
RÓWNEJ  
DŁUGOŚCI.

OBWÓD :  $4 \cdot a$   
POLE :  $a \cdot a = a^2$

PUNKT PRZECIĘCIA  
PRZEKĄTNYCH DZIELI  
KAŻDĄ Z NICH NA  
DWA ODCINKI RÓWNEJ  
DŁUGOŚCI.

PRZECIĄGLE  
BOKI SĄ  
RÓWNOLEGŁE.

PRZEKĄTNE  
NIE SĄ  
PROSTOPADŁE.



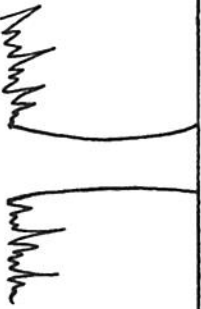
SĄSIEDNIE  
BOKI SĄ  
PROSTOPADŁE.

PRZEKĄTNE  
SĄ RÓWNEJ  
DŁUGOŚCI.

OBWÓD :  $2 \cdot a + 2 \cdot b$   
POLE :  $a \cdot b$

PUNKT PRZECIĘCIA  
PRZEKĄTNYCH DZIELI  
KAŻDĄ Z NICH NA  
DWA ODCINKI RÓWNEJ  
DŁUGOŚCI.

KWADRAT JEST PROSTOKĄTEM,  
KTÓRY MA WSZYSTKIE BOKI  
JEDNAKOWEJ DŁUGOŚCI.



KWADRAT TO SZCZEGÓLNY  
PRZYPADEK PROSTOKĄTA.



# KWADRAT

BOKI

WŁASNOŚCI

KĄTY

PRZEKĄTNE

RYSUNEK

# PROSTOKĄT

WŁASNOŚCI

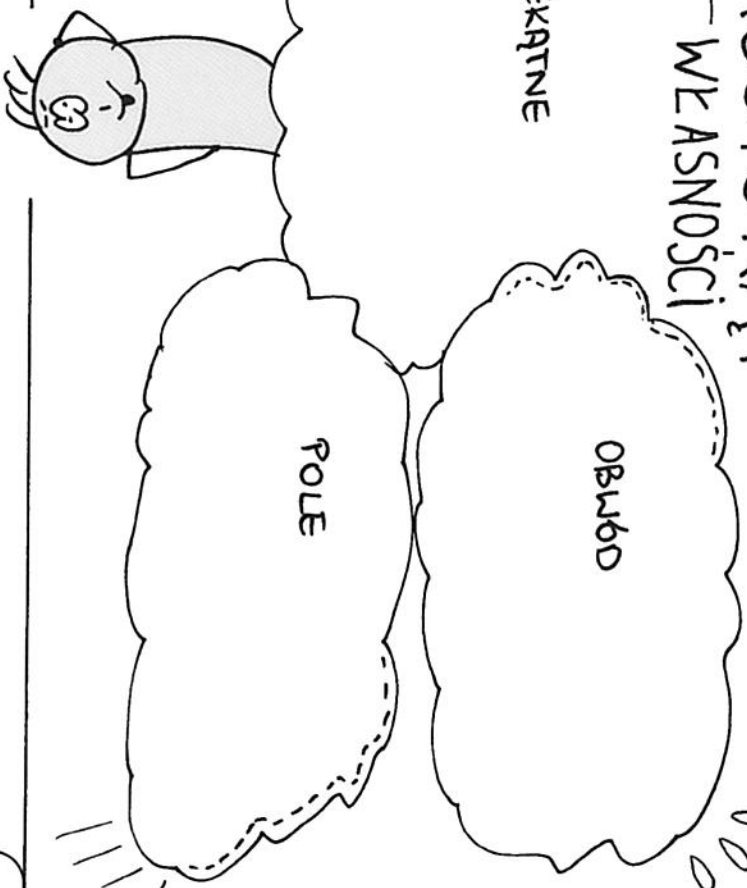
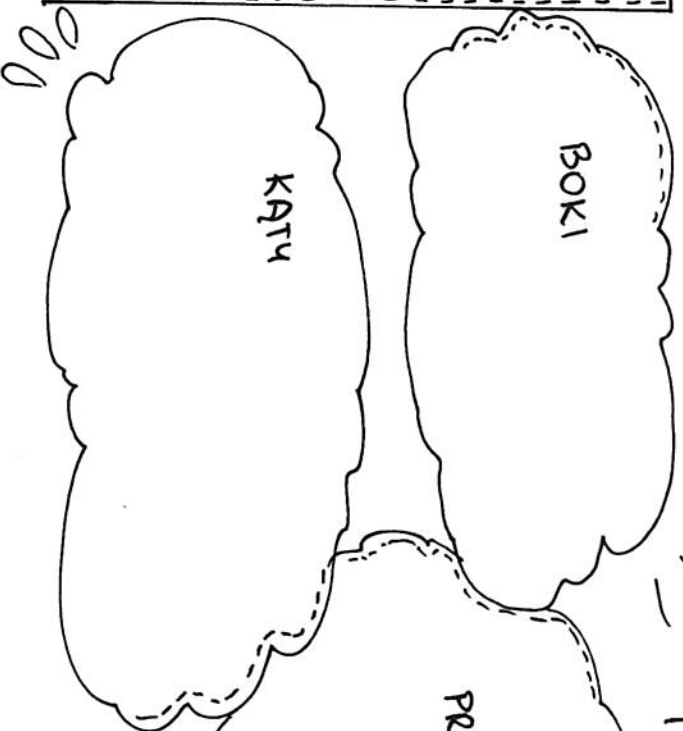
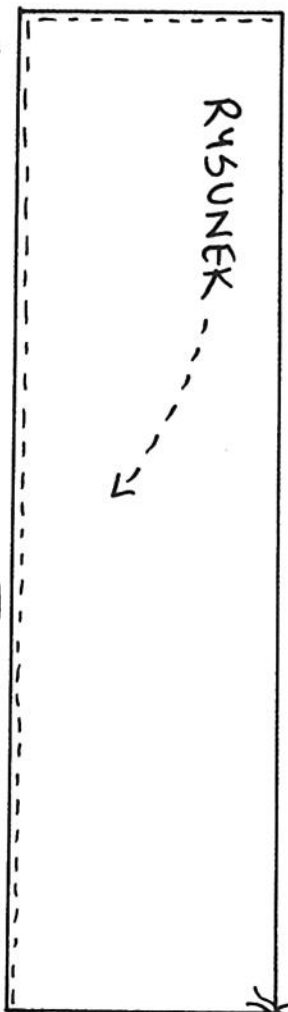
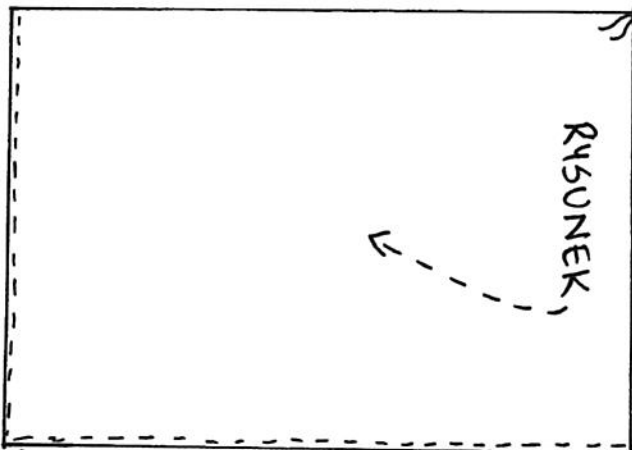
BOKI

PRZEKĄTNE

OBWÓD

KĄTY

POLE



# ROMBOLÉTOBOK



ROMB TO SZCZEGÓLNY PRZYPADEK ROMBOLÉTOBOKU.

PUNKT PRZECIĘCIA PRZEKĄTNIC DZIELI KAŻDĄ Z NICH NA POŁOWY.



PRZEKĄTNE SĄ RÓŻNEJ DŁUGOŚCI.

NA DWA WYSOKOŚCI, KTÓRE SĄ RÓŻNEJ DŁUGOŚCI.

NA DWA KĄTY LEWNÉTRZNE OSTRE I DWA ROZMARTÉ.

KĄTY NAPRZECIWKO SIEBIE MĄDĄ JEDNAKOWÉ MIARĘ.

OBWÓD :  $2 \cdot a + 2 \cdot b$

POLE :  $a \cdot h_2$  LUB  $b \cdot h_1$

SUMA KĄTÓW WEWNÉTRZNYCH :  $360^\circ$ .

# ROMB

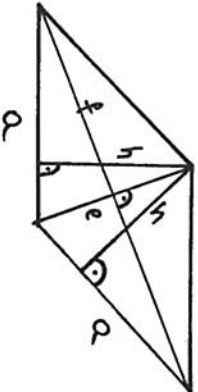


ROMB JEST ROMBOLÉTOBOKIEM.

PUNKT PRZECIĘCIA PRZEKĄTNIC DZIELI KAŻDĄ Z NICH NA POŁOWY.

PRZEKĄTNE PRZECINAJĄ SIĘ POD KĄTEM PROSTYM.

PRZEKĄTNE SĄ RÓŻNEJ DŁUGOŚCI.



NA DWA WYSOKOŚCI, KTÓRE SĄ RÓWNEJ DŁUGOŚCI.

NA DWA KĄTY WEWNÉTRZNE OSTRE I DWA ROZMARTÉ.

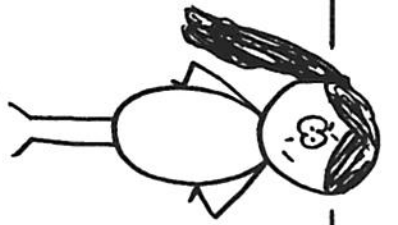
KĄTY NAPRZECIWKO SIEBIE MĄDĄ JEDNAKOWÉ MIARĘ.

OBWÓD :  $4 \cdot a$

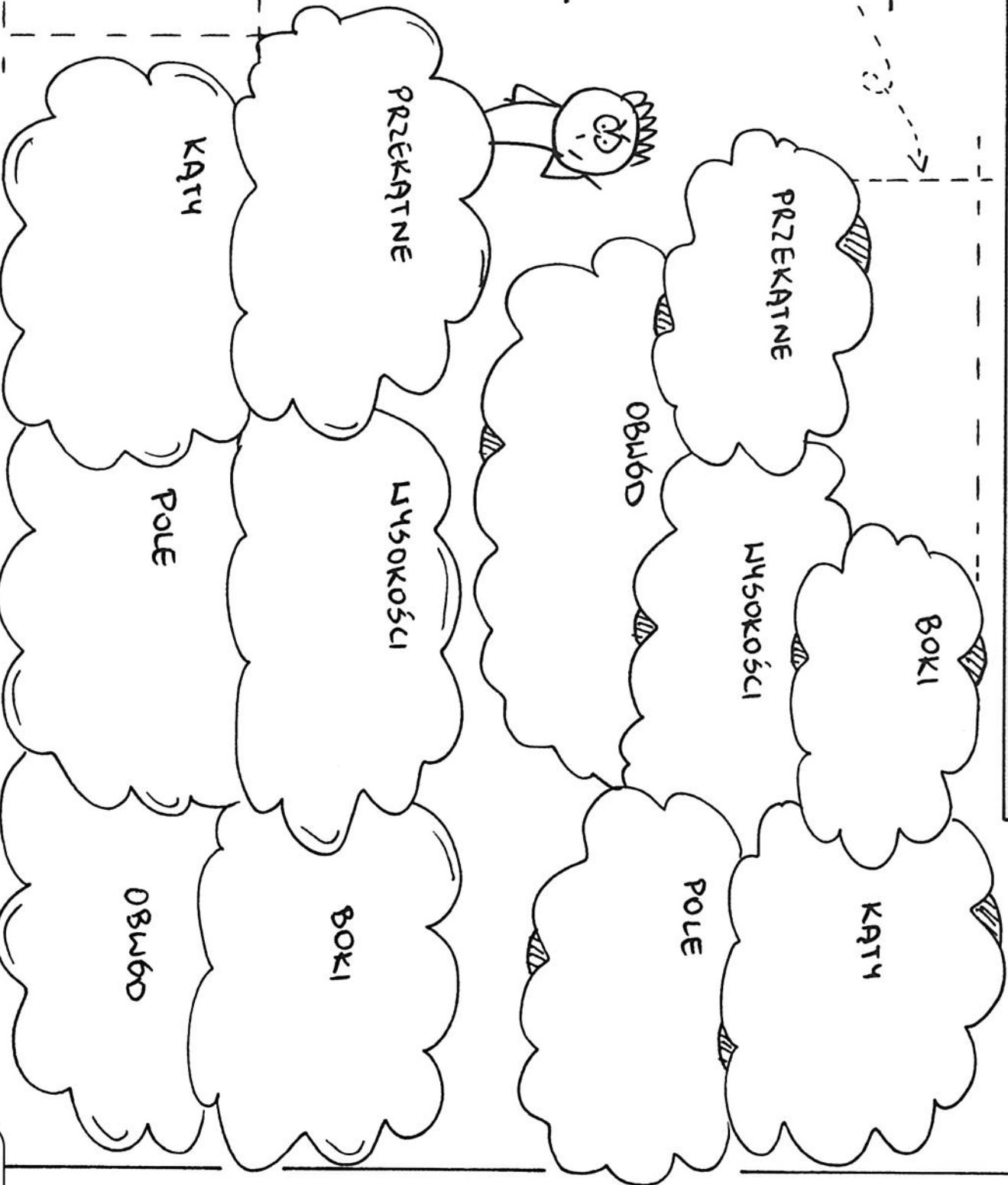
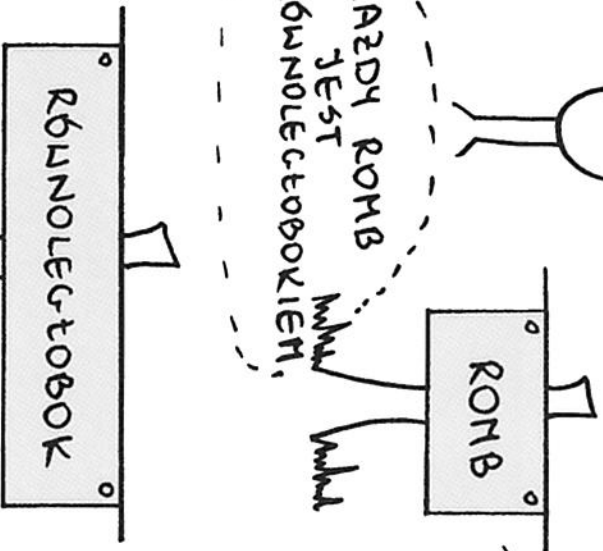
POLE :  $a \cdot h$  LUB  $\frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

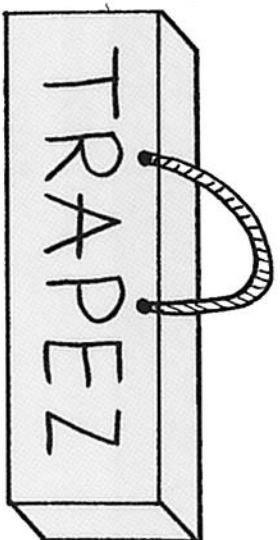


# ROMB I RÓWNOLEGŁOBOK



KAZDY ROMB  
JEST  
RÓWNOLEGŁOBOKIEM.

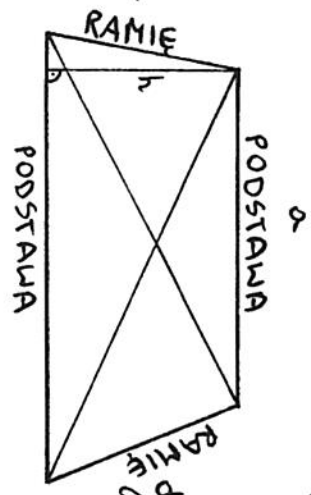




OBW = a + b + c

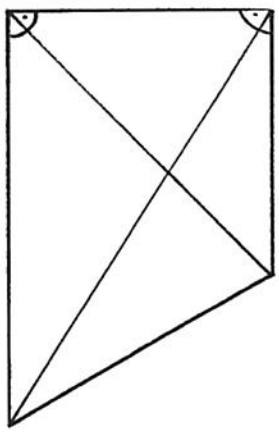
$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$

NA DWA KĄTY  
MIĘNIERZNE  
OSTRE I DWA  
KĄTY ROZWARTE.



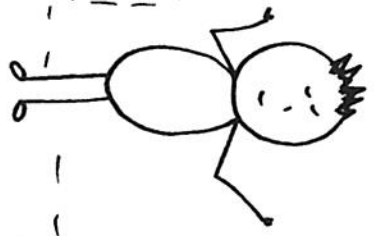
NA CO NAJMNIEJ  
JEDNĄ PARĘ BOKÓW  
RÓWNOLEGŁYCH.  
SUMA KĄTÓW PRZY  
JEDNYM RAMIENIU  
TO 180°.

PRZEKĄTNE SĄ RÓŻNEJ DŁUGOŚCI  
NIE PRZECINAJĄ SIĘ W POŁOWIE.



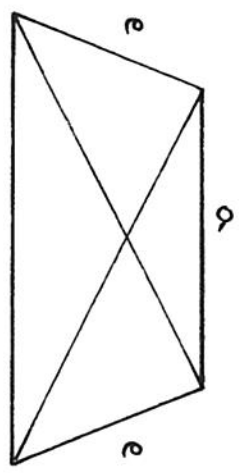
JEDNO RAMIĘ TWORZY  
Z PODSTAWAMI KĄTY  
PROSTE.

RAMIĘ PROSTOPADŁE DO  
PODSTAWY JEST WYSOKOŚCIĄ  
TRAPEZU.



PRZEKĄTNE SĄ  
RÓWNEJ DŁUGOŚCI.

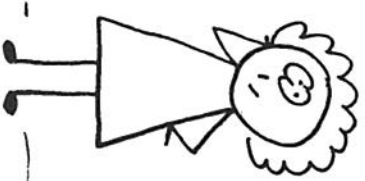
OBW = a + b + 2 · e



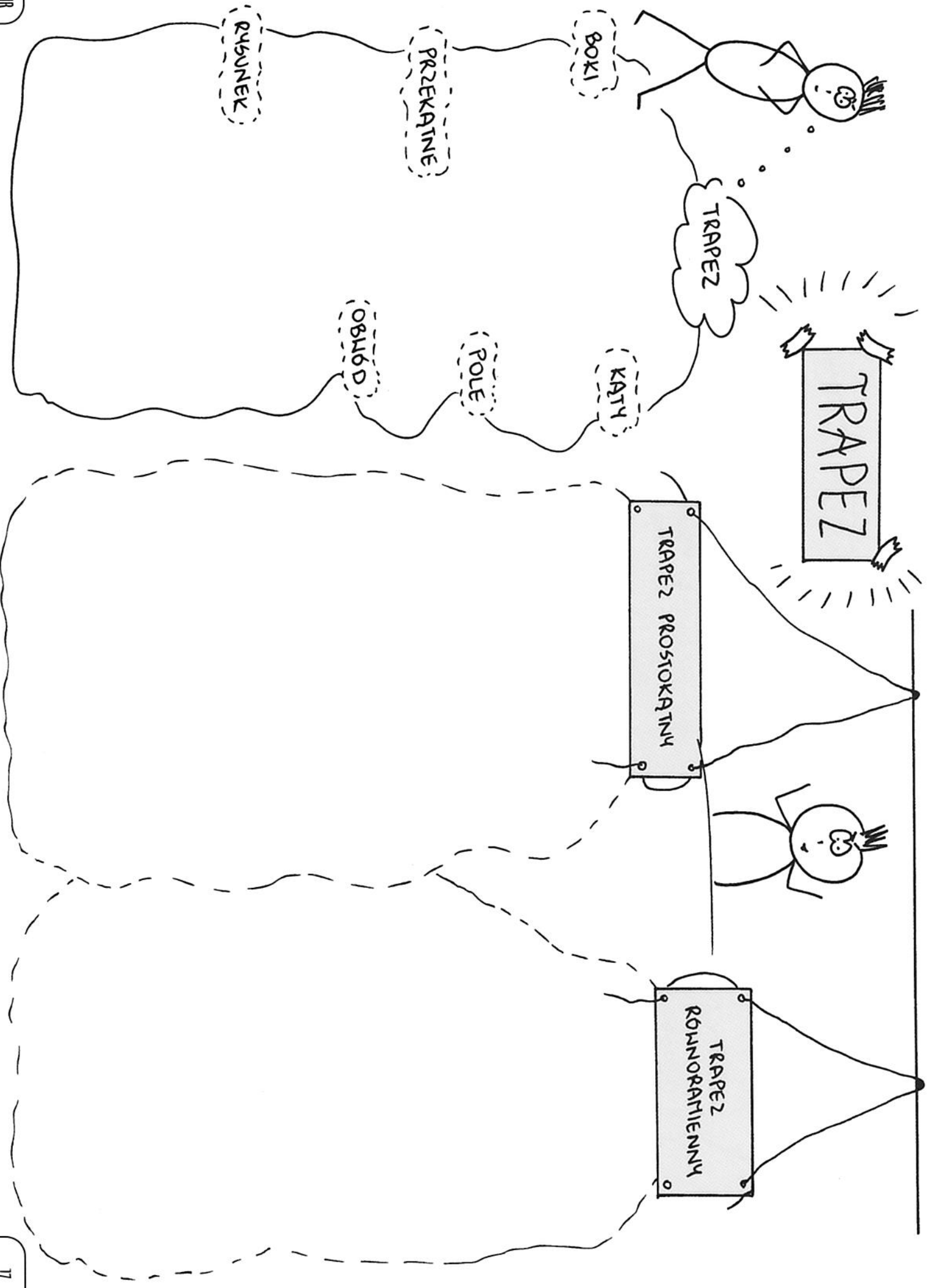
KĄTY PRZY TEJ SAMEJ  
PODSTAWIE MAJĄ TAKIE  
SAME MIARZY.

\* WYJĄTEK: TRAPEZ PROSTOKĄTNY

\*\* WYJĄTEK: TRAPEZ RÓWNOBOKIENNY





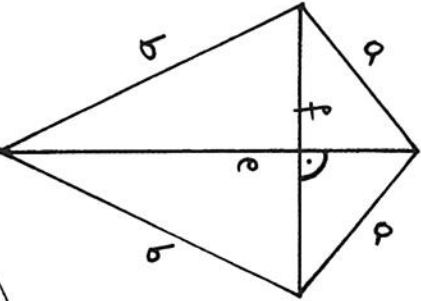


# DELTOID

OBWÓD:  $2 \cdot a + 2 \cdot b$

POLE:  $\frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

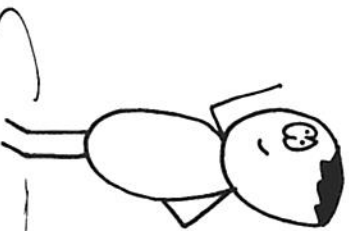
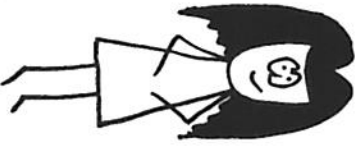
DELTOID Kształtem  
przechodzą lataniem c.

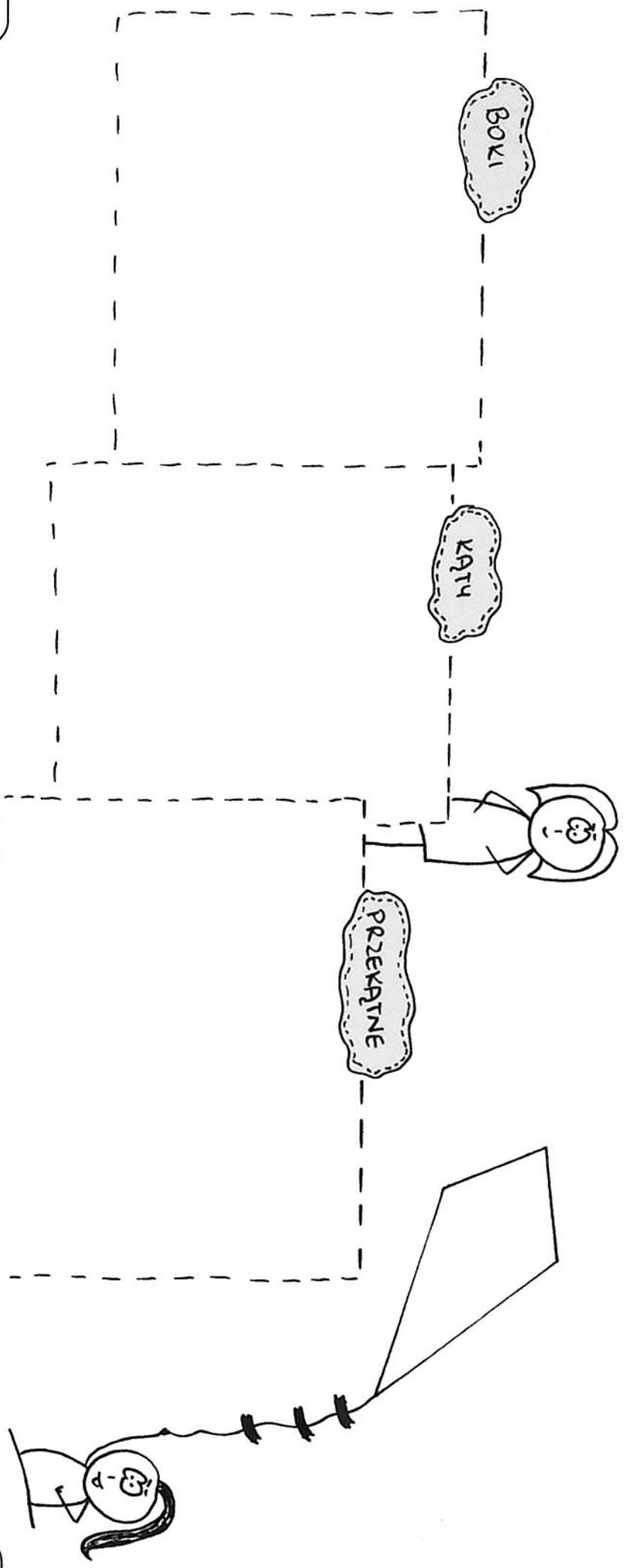
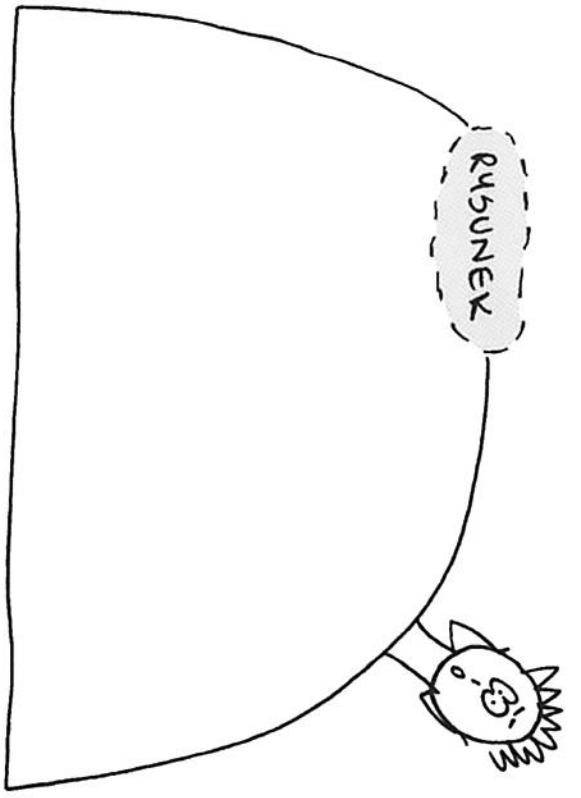
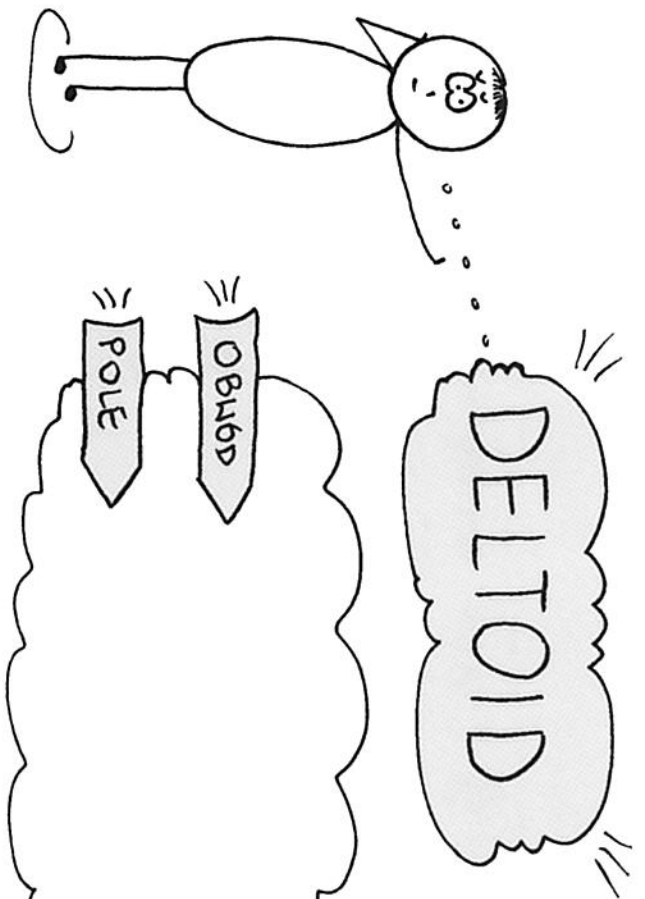


Przekątne przecinają się pod kątem prostym.

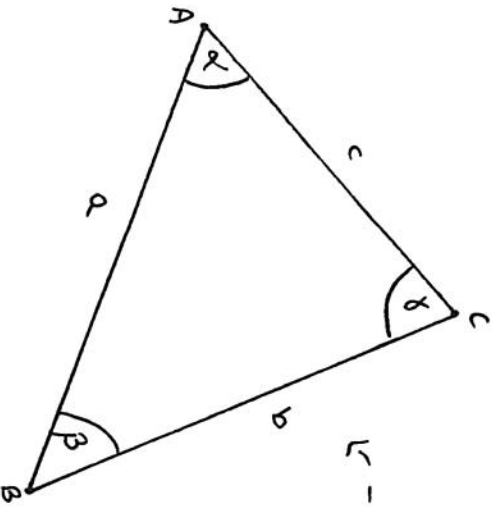
Dłuższa przekątna dzieli krótszą na połowy.

Przekątne dzielą deltoid na 4 trójkąty prostokątne.

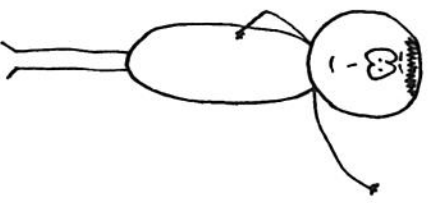




# ТРОУКАТЫ



ТРОУКАТ ABC



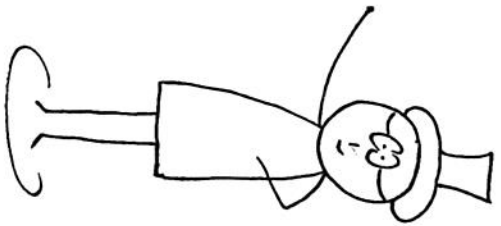
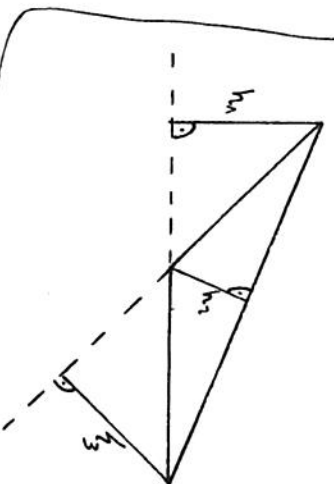
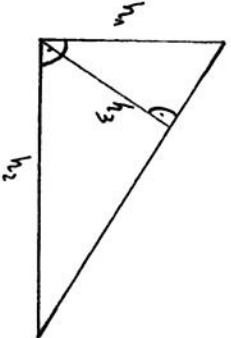
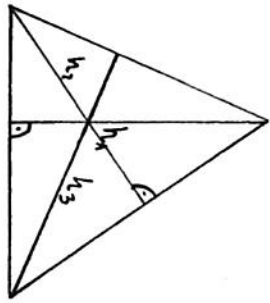
КАЗДУ ТРОУКАТУ МА 3 БОКИ,  
3 КАТУ И 3 УИЕРЗУНОУКИ.

КАТУ:  $\alpha, \beta, \gamma$   
 БОКИ:  $a, b, c$   
 УИЕРЗУНОУКИ:  $A, B, C$

ОБМБД:  
 $a+b+c$

ОБМБД:  
 $|AB|+|BC|+|CA|$

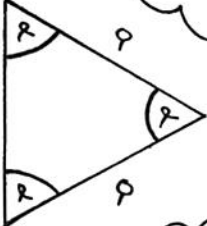
КАЗДУ ТРОУКАТУ МА 3 УИСОУОБИ.



# TRÓJKĄTY

TRÓJKĄT  
RÓWNOBOCZNY

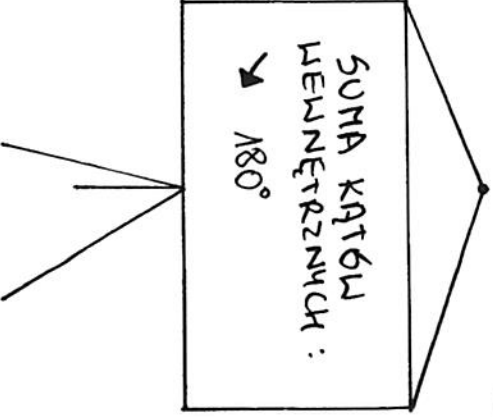
OBWÓD:  
 $3 \cdot a$



WSZYSTKIE BOKI  
JEDNAKOWEJ  
DŁUGOŚCI.

KAZDY KĄT  
MIENIEJSZY  
NA  $60^\circ$ .

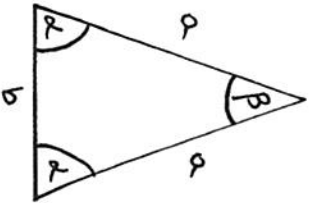
SUMA KĄTÓW  
MIENIEJSZYCH:  
 $\searrow 180^\circ$



PODZIAŁ ZE WZGLĘDU  
NA BOKI

TRÓJKĄT  
RÓWNOBIEŻNY

OBWÓD:  
 $2 \cdot a + b$

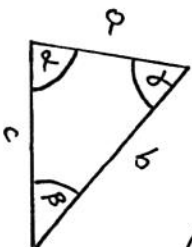


DWA BOKI  
JEDNAKOWEJ  
DŁUGOŚCI.

KĄTY PRZY  
PODSTAWIE  
SĄ RÓWNEJ  
MIARY.

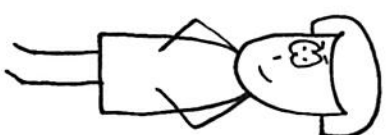
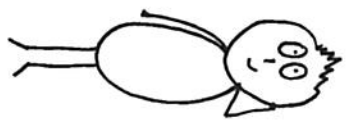
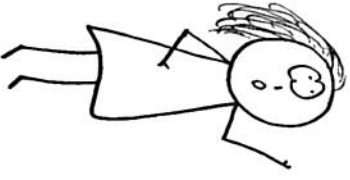
TRÓJKĄT  
RÓŻNORÓDZNY

OBWÓD:  
 $a + b + c$



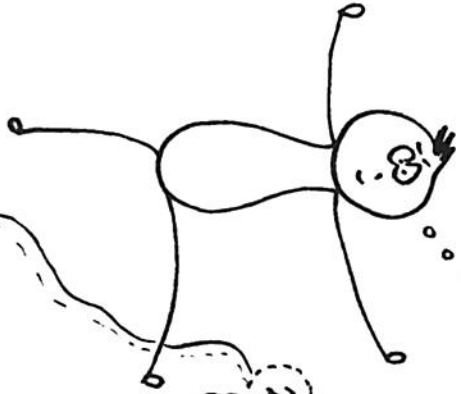
KAZDY BOK MA  
INNĄ DŁUGOŚĆ.

KAZDY KĄT MA  
INNĄ MIARĘ.



# ТРОЈКАТИ

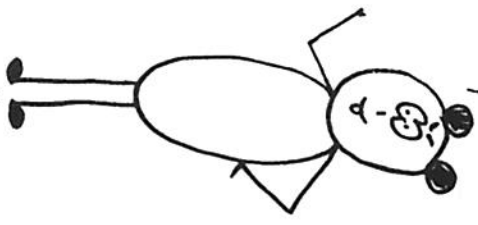
ПОДИАТ ЗЕ УЗГУЉЕДУ  
НА БОКИ



1  
ТРОЈКАТ Р6МНОГОУГЛНИ

2  
ТРОЈКАТ Р6МНОРАТНИЧНИ

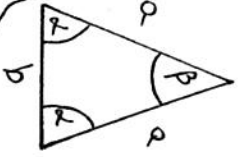
3  
ТРОЈКАТ Р6ЗНОУГЛОУГЛНИ



# TRÓJKĄTY

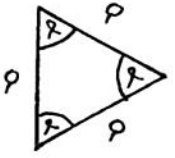
TRÓJKĄT  
OSTROKĄTNY

NA WSZYSTKIE  
KĄTY OSTRE.  
KĄTY PRZY PODSTAWIE  
SĄ RÓWNEJ MIARY.



RÓWNOBRIENNY

NA WSZYSTKIE  
KĄTY OSTRE.  
KĄTY PRZY  
WENIĘSTRZYNY  
NA  $60^\circ$ .

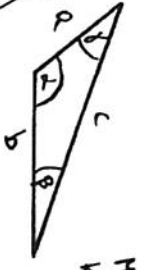


RÓWNOBOCZNY

PODZIAŁ ZE  
WZGLĘDU NA  
KĄTY

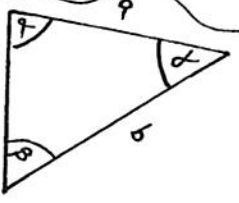
TRÓJKĄT  
ROZMIARKOWANY

NA JEDEN  
KĄT ROZMIARKI  
( $\lambda$ ).  
 $\gamma + \beta < 90^\circ$



RÓWNOBOCZNY

NA WSZYSTKIE  
KĄTY OSTRE.  
KĄTY PRZY  
INNEJ MIARZE.



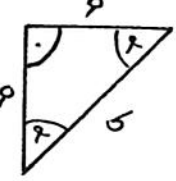
RÓWNOBOCZNY

NA JEDEN KĄT  
PROSTY.  
 $\alpha + \beta = 90^\circ$



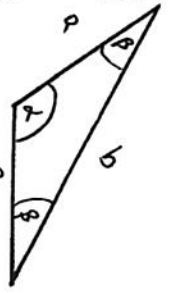
RÓWNOBOCZNY

NA JEDEN KĄT  
PROSTY.  
KĄTY PRZY  
PODSTAWIE  
(b) SĄ RÓWNEJ MIARY.



RÓWNOBRIENNY

NA JEDEN KĄT  
ROZMIARKI ( $\lambda$ ).  
KĄTY PRZY  
PODSTAWIE  
(b) SĄ RÓWNEJ  
MIARY.



RÓWNOBRIENNY

TRÓJKĄT  
PROSTOKĄTNY



TRÓJKĄTY OSTROKĄTNE

TRÓJKĄTY  
PODZIAŁ ZE WZGLĘDU NA KĄTY

TRÓJKĄTY PROSTOKĄTNE

TRÓJKĄTY ROZWIĄTKĄTNE





NA WSZYTKIE BOKI  
JEDNAKOWEJ  
DŁUGOŚCI.



NA WSZYTKIE KĄTY  
RÓWNEJ MIARY.

WIELOKĄT FOREMNYY

PRZYKŁADY

TRÓJKĄT FOREMNYY

CZWOROKĄT FOREMNYY

PĘĆCIOKĄT FOREMNYY

SZEŚCIOKĄT FOREMNYY

SIÓDMANASTOKĄT FOREMNYY

WIELOKĄTY  
FOREMNE

WSPISZ WŁASNOŚCI TRÓJKĄTA  
FOREMNEGO.

WSPISZ WŁASNOŚCI CZWOROKĄTA  
FOREMNEGO.

WSPISZ WŁASNOŚCI SZEŚCIOKĄTA  
FOREMNEGO.

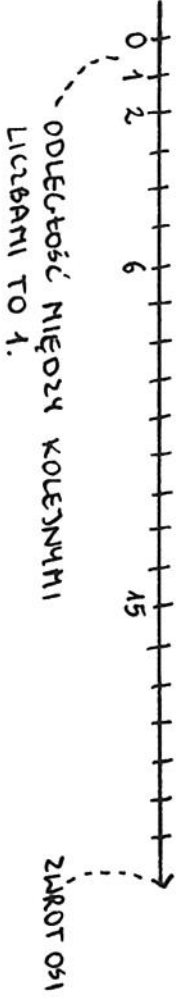
# 05 LICZBOMA

LICZBY  
„NIESZKADŃ NA  
051 LICZBOMĘJ.

05 LICZBOMA NIE  
ZACZYNA SIĘ OD  
ZERO. PRZED ZERO  
NIESZKADŃ LICZBY  
UJEMNE.

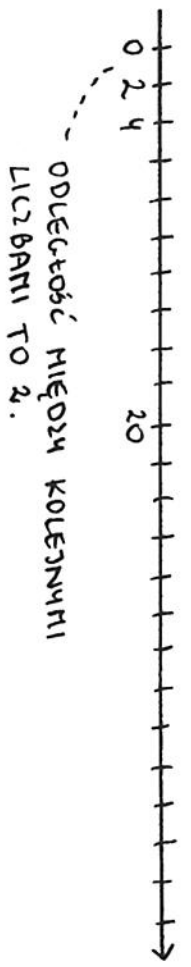
LICZBY UJEMNE  
NA 051 LICZBOMĘJ  
ROZUMIĘJ TRÓSKŁĘ  
PÓŚNIEJ.

1



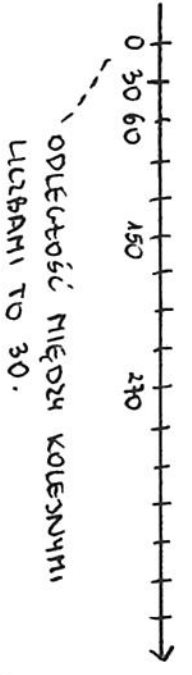
000

2



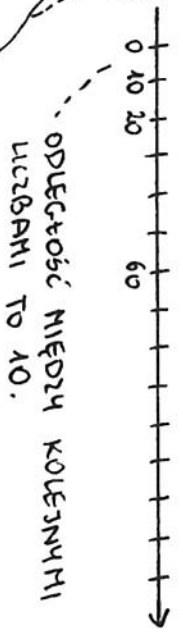
000

3



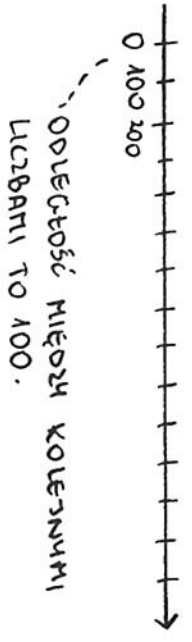
000

5

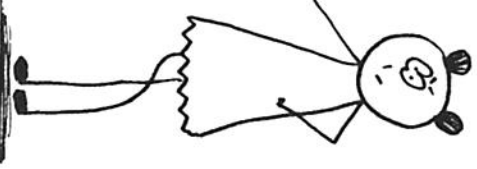


000

4

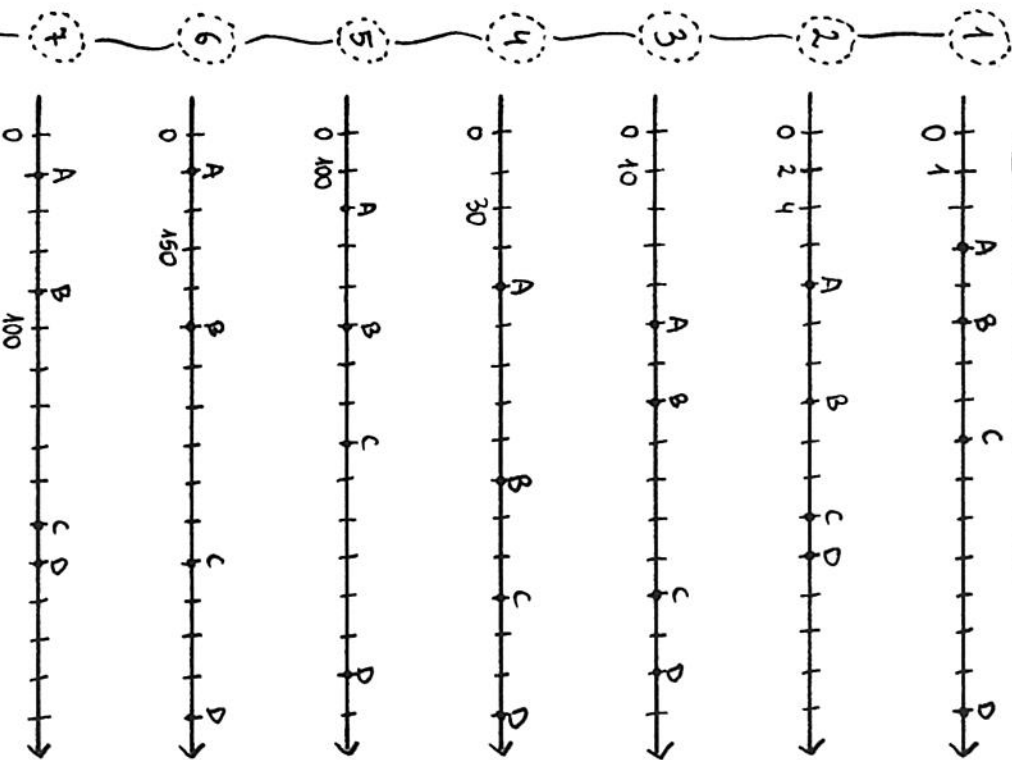


000



# 05 LICZBOMA

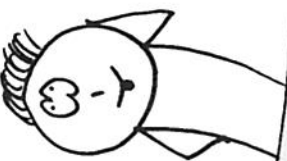
ODCZYTAJ Z OSI LICZBY, KTÓRE  
UKRYTY SĄ POD LITERAMI.



NARYSUJ 05 LICZBOMĄ I ZAPNAJZ NA NIEJ  
PODANE LICZBY. DOBIERZ ODPowiednią JEDNOSTKĘ.

- 1 2, 5, 6, 8, 9
- 2 4, 6, 8, 14, 20
- 3 100, 150, 300, 450, 500
- 4 10, 15, 30, 45, 55
- 5 9, 15, 21, 30, 39
- 6 50, 70, 100, 120, 140
- 7 75, 125, 175, 200, 250
- 8 24, 36, 40, 48, 50

# DODAWANIE I ODEJMOVANIE PAMIĘCIOWE



$7 + 0 = 7$

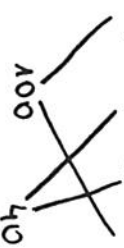
DODAWANIE ZERA  
NIE ZMIENIA LICZBY,  
DO KTÓREGO DODAWALISZMY.

$78 + 7 = 78 + 5 + 2 = 80 + 5 = 85$

$7 = 5 + 2$   
ROZPISUJEMY 7 NA DWA SKŁADNIKI,  
TAK BY BYŁO NAPIERWSZO DODAC DO 78.

$87 + 29 + 11 + 13 = 100 + 40 = 140$

KOLEJNOŚĆ SKŁADNIKÓW MOŻEMY  
DOWOLNIE ZMIENIAĆ.



$45 + 67 = 40 + 5 + 60 + 7 = 100 + 12 = 112$



ROZPISUJEMY NA  
DZIESIĄTKI I JEDNÓSKY.

$10 - 0 = 10$

ODEJMOVANIE ZERA  
NIE ZMIENIA LICZBY,  
DO KTÓREGO ODEJMOVALISZMY.

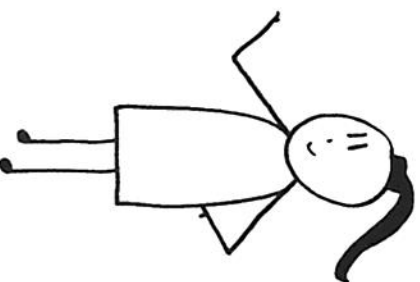
$89 - 68 = 89 - 60 - 8 = 29 - 8 = 21$

ROZPISUJEMY NA  
DZIESIĄTKI I  
JEDNÓSKY.

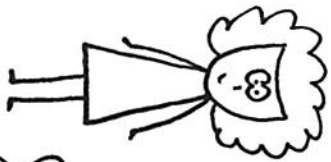
$73 - 49 = 73 - 40 - 9 = 33 - 9 = 33 - 3 - 6 = 30 - 6 = 24$

ROZPISUJEMY NA  
DZIESIĄTKI I  
JEDNÓSKY.

$9 = 3 + 6$



# DODAWANIE | ODEJMOVANIE PAMIĘCIOWE



$$70 + 40 + 30 =$$
$$82 + 34 =$$
$$60 + 0 =$$

$$43 + 92 =$$
$$66 + 55 =$$
$$29 + 18 + 31 =$$

$$27 + 99 =$$
$$125 + 85 =$$
$$300 + 211 =$$

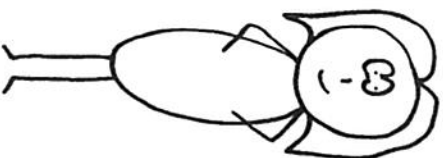
$$165 - 50 =$$
$$391 - 215 =$$
$$84 - 25 =$$

$$85 - 63 =$$
$$112 - 87 =$$
$$201 - 135 =$$

$$2875 - 325 =$$
$$791 - 85 =$$
$$254 - 168 =$$
$$425 - 98 =$$
$$1125 - 225 =$$

$$169 - 152 =$$
$$90 - 0 =$$
$$66 - 58 =$$

$$100 - 52 =$$
$$420 - 20 =$$
$$80 - 30 =$$
$$31 + 51 =$$
$$62 + 32 =$$
$$125 + 91 =$$
$$87 - 33 =$$
$$125 + 99 =$$



# MNOŻENIE I DZIELENIE PAMIĘCIOWE

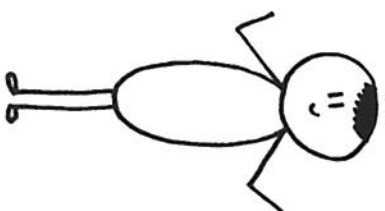
$$\begin{array}{l} \text{☞} \\ \sqrt[10]{2.5 \cdot 9} = 10 \cdot 9 = 90 \\ 1.9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{☞} \\ 4 \cdot 6 \cdot 5 = 6 \cdot 20 = 120 \\ 20 \quad 6 \cdot 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{☞} \\ 3 \cdot 25 = 3 \cdot 20 + 3 \cdot 5 = 60 + 15 = 75 \\ 20 + 5 = 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{☞} \\ 5 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 = 10 \cdot 6 \cdot 4 = 10 \cdot 24 = 240 \\ 10 \quad 24 \quad 1 \cdot 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{☞} \\ 6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \cdot 2 \cdot 3 = 30 \cdot 6 = 180 \\ 30 \quad 6 \quad 3 \cdot 6 \end{array}$$



$$\text{☞} \quad 48:4 = 40:4 + 8:4 = 10 + 2 = 12$$

$$\begin{array}{l} \text{☞} \\ 36:2 = 30:2 + 6:2 = 15 + 3 = 18 \\ 48 \quad 36 \end{array}$$

$$\text{☞} \quad 990:10 = 990:10 = 99$$

$$\text{☞} \quad 3300:10 = 3300:10 = 330$$

$$\text{☞} \quad 22000:100 = 22000:100 = 220$$

$$\text{☞} \quad 2700:900 = 2700:900 = 3$$

$$\text{☞} \quad 480:8 = 60$$

$$48:8$$

$$\text{☞} \quad 360:6 = 60$$

$$36:6$$

$$\text{☞} \quad 8100:9 = 900$$

$$81:9$$



# MNOŻENIE I DZIELENIE PAMIĘCIOWE

$5 \cdot 2 = 10$

$3 \cdot 8 = 24$

$4 \cdot 6 = 24$

$2 \cdot 8 \cdot 5 =$   
 $20 \cdot 3 \cdot 5 =$   
 $6 \cdot 2 \cdot 5 =$

$3 \cdot 9 = 27$

$2 \cdot 9 \cdot 50 =$   
 $3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 25 =$   
 $4 \cdot 144 =$   
 $6 \cdot 23 =$

$9 \cdot 5 = 45$

$3 \cdot 6 = 18$

$9 \cdot 9 = 81$

$20 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 =$   
 $9 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 5 =$   
 $6 \cdot 3 \cdot 10 =$   
 $9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 25 =$

$\rightarrow 30000 : 10 =$   
 $\rightarrow 660 : 10 =$   
 $\rightarrow 2800 : 1400 =$   
 $\rightarrow 15000 : 50 =$   
 $\rightarrow 8100 : 81 =$   
 $\rightarrow 46 : 2 =$

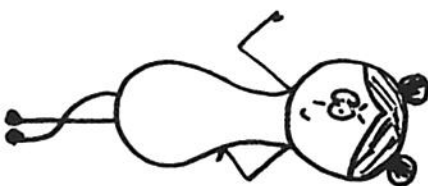
$950 : 5 =$   
 $112 : 4 =$   
 $12000 : 400 =$

# MNOŻENIE I DZIELENIE PRZEZ 10, 100, 1000 ...

$$45 \cdot 10 = 450 \quad \text{--- DOPISUJEMY JEJONO ZERO DO LICZBY 45.}$$

$$60 \cdot 100 = 6\,000 \quad \text{--- DOPISUJEMY DWA ZERA DO LICZBY 60.}$$

$$728 \cdot 1000 = 728\,000 \quad \text{--- DOPISUJEMY TRZY ZERA DO LICZBY 728.}$$



$$360 \cdot 3 = \overbrace{36 \cdot 10}^{360} \cdot 3 = 36 \cdot 3 \cdot 10 = 108 \cdot 10 = 1\,080$$

NOŻENY ZMIENIĄĆ KOLEJNOŚĆ CZYNNIKÓW.  
 $36 \cdot 3 = 30 \cdot 3 + 6 \cdot 3 = 90 + 18 = 108$

$$30 \cdot 80 = \overbrace{3 \cdot 10}^{30} \cdot \overbrace{8 \cdot 10}^{80} = 3 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 10 = 24 \cdot 100 = 2\,400$$

$$40 \cdot 15 = \overbrace{4 \cdot 10}^{40} \cdot 15 = 4 \cdot 15 \cdot 10 = 60 \cdot 10 = 600$$

$$2\,000 \cdot 52 = \overbrace{2 \cdot 1000}^{2\,000} \cdot 52 = 2 \cdot 52 \cdot 1000 = 104 \cdot 1000 = 104\,000$$

$$\Rightarrow 4200 : 10 = 420$$

SKRĘŚLAMY PO JEJONIM ZEREM W DZIELENIE I DZIELENIKU.

$$\Rightarrow 3000 : 1000 = 3$$

SKRĘŚLAMY PO DWAM ZERAM W DZIELENIE I DZIELENIKU.

$$\Rightarrow 4800 : 6 = 800$$

$$48 : 6 = 8$$

$$\Rightarrow 3600 : 90 = 360 : 9 = 40$$

$$36 : 9 = 4$$

JAK SPRAWDZIĆ DZIELENIE?

$$\begin{aligned} 4800 : 6 &= 800 \\ 800 \cdot 6 &= 8 \cdot 100 \cdot 6 = \\ &= 8 \cdot 6 \cdot 100 = \\ &= 48 \cdot 100 = \\ &= 4800 \end{aligned}$$





# MNOŻENIE I DZIELENIE PRZEZ 10, 100, 1000 ...

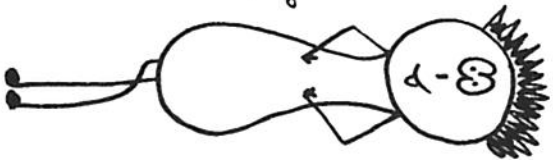
$$65 \cdot 10 =$$
$$852 \cdot 100 =$$
$$42 \cdot 1000 =$$

$$250 \cdot 4 =$$
$$350 \cdot 4 =$$
$$90 \cdot 12 =$$

$$50 \cdot 40 =$$
$$3000 \cdot 21 =$$
$$87 \cdot 20 =$$

$$5600 : 8 =$$

SPRAWDZENIE



$$5200 : 10 =$$
$$6300 : 100 =$$
$$3000 : 1000 =$$

$$2400 : 6 =$$
$$3200 : 80 =$$
$$2800 : 400 =$$

$$3500 : 40 =$$
$$6400 : 8 =$$
$$8100 : 90 =$$

$$1600 : 40 =$$

SPRAWDZENIE

$2800 : 100 =$
$3200 : 10 =$
$35 \cdot 30 =$
$87 \cdot 100 =$

Wskazywanie

# TABLICZKA MNOŻENIA

$3 \cdot 3 = 9$   
 $3 \cdot 4 = 12$   
 $3 \cdot 5 = 15$   
 $3 \cdot 7 = 21$   
 $3 \cdot 8 = 24$   
 $3 \cdot 9 = 27$   
 $3 \cdot 10 = 30$

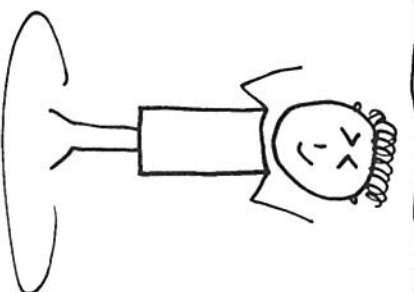
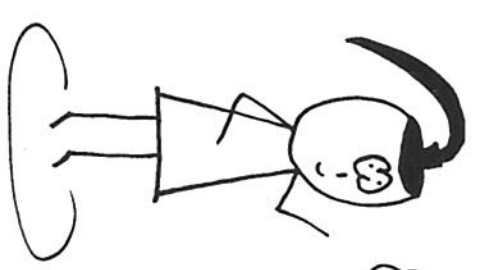
$4 \cdot 4 = 16$   
 $4 \cdot 5 = 20$   
 $4 \cdot 7 = 28$   
 $4 \cdot 8 = 32$   
 $4 \cdot 9 = 36$   
 $4 \cdot 10 = 40$

$2 \cdot 2 = 4$   
 $2 \cdot 3 = 6$   
 $2 \cdot 4 = 8$   
 $2 \cdot 5 = 10$   
 $2 \cdot 6 = 12$   
 $2 \cdot 7 = 14$   
 $2 \cdot 8 = 16$   
 $2 \cdot 9 = 18$   
 $2 \cdot 10 = 20$

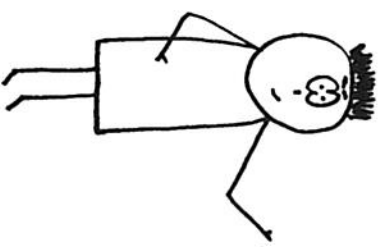
$5 \cdot 5 = 25$   
 $5 \cdot 6 = 30$   
 $5 \cdot 7 = 35$   
 $5 \cdot 8 = 40$   
 $5 \cdot 9 = 45$   
 $5 \cdot 10 = 50$   
 $6 \cdot 6 = 36$   
 $6 \cdot 7 = 42$   
 $6 \cdot 8 = 48$   
 $6 \cdot 9 = 54$   
 $6 \cdot 10 = 60$

$7 \cdot 7 = 49$   
 $7 \cdot 8 = 56$   
 $7 \cdot 9 = 63$   
 $7 \cdot 10 = 70$   
 $8 \cdot 8 = 64$   
 $8 \cdot 9 = 72$   
 $8 \cdot 10 = 80$

$9 \cdot 9 = 81$   
 $9 \cdot 10 = 90$



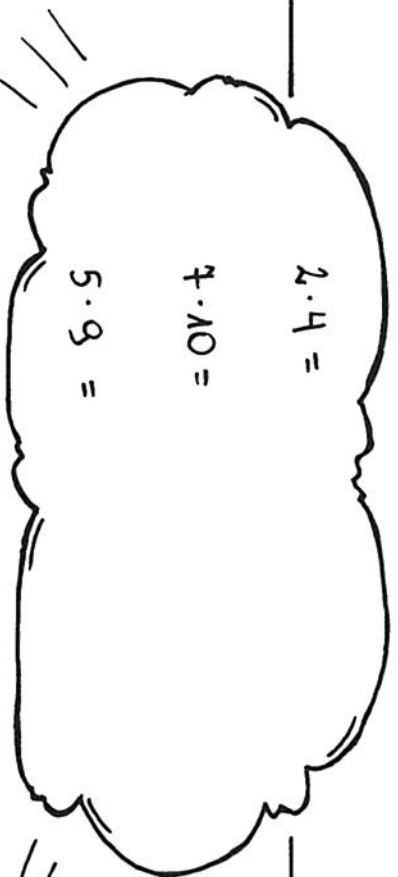
# TABLICZKA MNOŻENIA



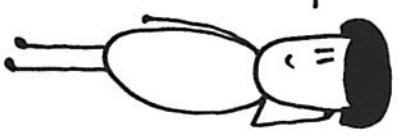
Wokreślenie

Wokreślenie

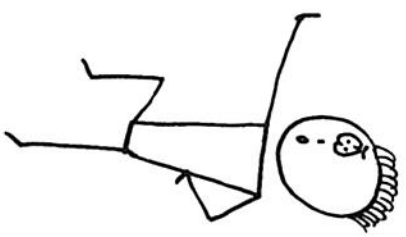
$4 \cdot 4 =$
$3 \cdot 5 =$
$3 \cdot 6 =$
$8 \cdot 2 =$



$6 \cdot 7 =$	$8 \cdot 8 =$
$5 \cdot 8 =$	$6 \cdot 10 =$
$3 \cdot 4 =$	$4 \cdot 8 =$
$9 \cdot 10 =$	$6 \cdot 6 =$



$1 \cdot 6 =$	$9 \cdot 9 =$
$4 \cdot 10 =$	$4 \cdot 3 =$
$3 \cdot 4 =$	$5 \cdot 5 =$



# TABLICZKA DZIELENIA

$2:2=1$	$4:2=2$
$6:2=3$	$8:2=4$
$10:2=5$	$12:2=6$
$14:2=7$	$16:2=8$
$18:2=9$	$20:2=10$

$3:3=1$	$9:3=3$
$12:3=4$	$18:3=6$
$15:3=5$	$21:3=7$
$24:3=8$	$27:3=9$
$30:3=10$	

$4:4=1$
$16:4=4$
$20:4=5$
$24:4=6$
$28:4=7$
$32:4=8$
$36:4=9$
$40:4=10$

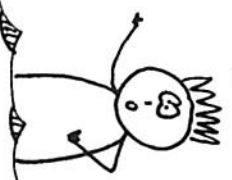
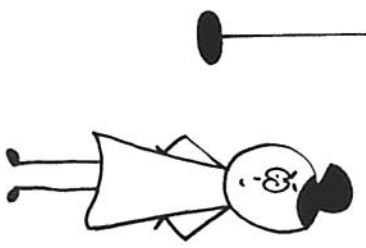
$5:5=1$	$25:5=5$
$30:5=6$	$35:5=7$
$40:5=8$	$45:5=9$
$50:5=10$	

$6:6=1$	$36:6=6$
$42:6=7$	$48:6=8$
$54:6=9$	$60:6=10$

$7:7=1$	$49:7=7$
$56:7=8$	
$63:7=9$	
$70:7=10$	

$8:8=1$	$64:8=8$
$72:8=9$	
$80:8=10$	

$9:9=1$	$81:9=9$
$90:9=10$	$10:10=1$
$100:10=10$	



# TABLICZKA DZIELENIA

$$\begin{array}{l} 25:5 = \\ 64:8 = \\ 28:4 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 42:8 = \\ 63:9 = \\ 32:4 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 40:5 = \\ 20:2 = \\ 10:5 = \end{array}$$

$$60:6 =$$

$$\begin{array}{l} 100:10 = \\ 20:4 = \\ 12:6 = \end{array}$$

$$35:5 =$$

$$\begin{array}{l} 9:9 = \\ 45:5 = \\ 12:2 = \end{array}$$

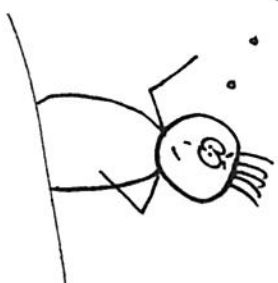
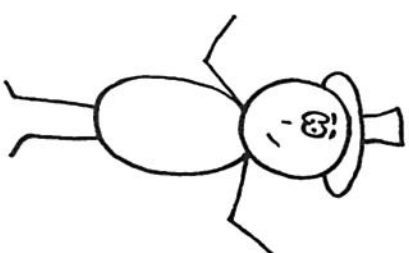
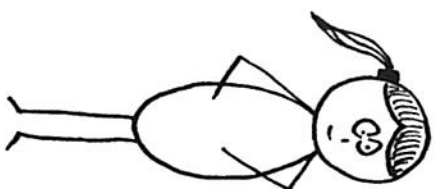
$$42:6 =$$

$$\begin{array}{l} 18:2 = \\ 36:6 = \\ 16:4 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 50:5 = \\ 49:7 = \\ 3:3 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 40:4 = \\ 6:6 = \\ 21:3 = \end{array}$$

$$14:2 =$$



# POTĘGOWANIE LICZB



$4^2$   
 CZTERY DO POTĘGI DRUGIEJ  
 CZYLI DO KWADRATU  
 KWADRAT LICZBY CZTERY

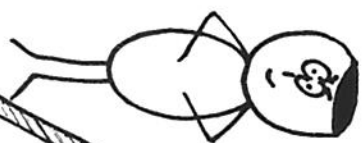
$0^4 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$   
 $6^1 = 6$   
 $1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

$3 + 3 = 2 \cdot 3$   
 $3 \cdot 3 = 3^2$   
 $3^2 \neq 2 \cdot 3$

$5^2$   
 WYKŁADNIK POTĘGI  
 PODSTAWA POTĘGI

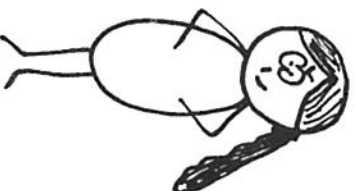
$2^3$   
 DWA DO POTĘGI TRZECIEJ  
 DWA DO SZESZCIANU  
 SZESZCIAN LICZBY DWA

PRZYKŁADY



- $3^2 + 2^3 = 9 + 8 = 17$   
 $3 \cdot 3 = 9$      $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
- $5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21$   
 $5 \cdot 5 = 25$      $2 \cdot 2 = 4$
- $4^2 \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48$

$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$   
 $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$   
 $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$



# POTĘGOWANIE LICZB

$4^2 \cdot 2 =$

$3^3 =$

$8^2 + 3^2 =$

$0^{44} =$

$1^{20} =$

$9^2 - 5^2 =$

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

CO JEST WIĘKSZE?

$\downarrow 3^3$  CZY  $3 \cdot 3$

$\downarrow 5^2$  CZY  $5 \cdot 2$

$\downarrow 3^4$  CZY  $4^3$

WAŻNE!  
 $4^2 \neq 2 \cdot 4$   
 $\uparrow$   
 16  
 $\uparrow$   
 8

ZAPISZ  
KRÓCEJ.

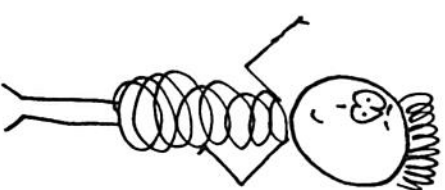
$\rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

$\rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

$\rightarrow 6 \cdot 6 =$

$\rightarrow 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 =$

$\rightarrow 0 \cdot 0 \cdot 0 =$



# PORÓWNYWANIE LICZB

CZY LICZBY SĄ RÓWNE?

LICZBA O 4 WIĘKSZA OD 15.

$$15 + 4 = 19$$

LICZBA 2 RAZY MNIEJSZA OD 36.

$$36 : 2 = 18$$

KTÓRA LICZBA JEST WIĘKSZA?  
ILE RAZY WIĘKSZA?  
O ILE WIĘKSZA?

LICZBA O 2 MNIEJSZA OD 30.

$$30 - 2 = 28$$

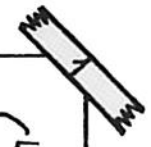
LICZBA 3 RAZY WIĘKSZA OD 10.

$$10 \cdot 3 = 30$$

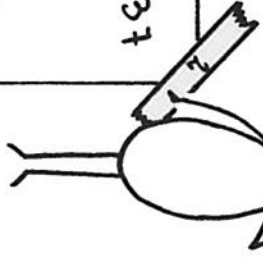
KTÓRA LICZBA JEST MNIEJSZA?  
JLE RAZY MNIEJSZA?  
O ILE MNIEJSZA?



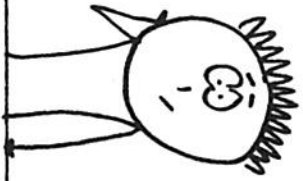
# PORÓWNYWANIE LICZEB



LICZBA O 10 WIĘKSZA OD 17  
LICZBA 7 RAZY MNIEJSZA OD 49  
LICZBA O 9 MNIEJSZA OD 28



LICZBA 2 RAZY WIĘKSZA OD 37  
LICZBA O 22 MNIEJSZA OD 71  
LICZBA 4 RAZY WIĘKSZA OD 12



33

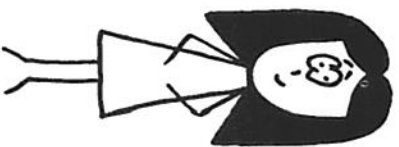
LICZBA O 12 WIĘKSZA OD 39 ---->  
LICZBA O 19 MNIEJSZA OD 44 ---->  
LICZBA 5 RAZY MNIEJSZA OD 50 ---->

Wielki Wielki

4

LICZBA O 3 WIĘKSZA OD 178  
LICZBA O 122 MNIEJSZA OD 1122

# KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ



$$3 \cdot 8 + 9 = 24 + 9 = 33$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 33 \end{array}$$

$$\frac{24}{4} : 6 \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 8 \end{array}$$

$$\frac{(10-2) : 3 = 20 : 3 = 6 \text{ r. } 2$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 6 \text{ r. } 2 \end{array}$$

1. DZIAŁANIA W NAWIASIE

2. POTĘGOWANIE

3. MNOŻENIE I DZIELENIE  
W KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA

4. DODAWANIE I ODEJTIOWANIE  
W KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA

$$2^3 \cdot 4 = 8 \cdot 4 = 32$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 32 \end{array}$$

$$\frac{(16:8) \cdot 9 - 2 \cdot 4}{2} = 2 \cdot 9 - 2 \cdot 4 = 18 - 8 = 10$$

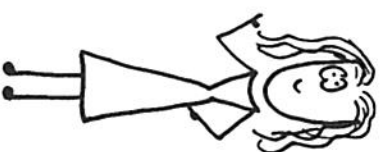
$$\begin{array}{r} 2 \\ 18 \\ 8 \\ 10 \end{array}$$

$$6^2 : 2 \cdot 3 = \frac{36}{2} : 2 \cdot 3 = 18 \cdot 3 = 54$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 18 \\ 54 \end{array}$$

$$\frac{(4 \cdot 2^2) : (10-2)}{4 \cdot 4} = \frac{16}{8} = 2$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 4 = 16 \\ 8 \\ 2 \end{array}$$



# KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ

1  $44 + 16 - 29 =$

2  $68 : 2 \cdot 2 =$

3  $17 \cdot 5 - 49 =$

4  $4^3 - 2^3 =$

5  $45 : 9 \cdot 3 =$

6  $89 - 2 \cdot 15 =$

7  $(14 + 16) : 3 =$

8  $17 + 300 : 10 =$



9  $300 \cdot 2 - 500 : (17 + 33) =$

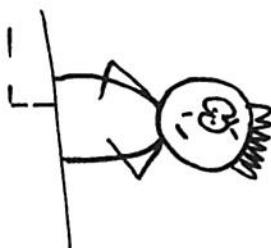
10  $2^4 \cdot 6 - 4 \cdot 8 =$

11  $(9^2 - 45) \cdot 6 - 30 : 3 =$

12  $402 - 6 \cdot (2 + 9) \cdot 3 =$

13  $(132 - 51) : 3 + 6^2 =$

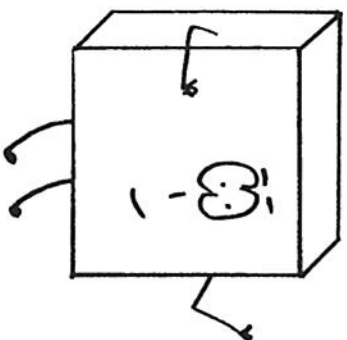
14  $1200 : 100 \cdot 3 - 12 \cdot 2 =$



15  $132 \cdot 2 - 18 \cdot 6 : 2^2 =$

16  $3^2 \cdot 6 - 12 : 2 - (2 + 6) =$

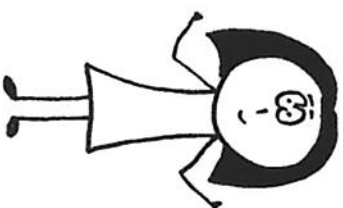
# DODAWANIE LICZB SPOSOBEM PISEMNYM



$$\rightarrow 862 + 321 = 1183$$

$$\begin{array}{r} 862 \\ + 321 \\ \hline 1183 \end{array}$$

$8+3=11$     $6+2=8$     $2+1=3$



$$\rightarrow 395 + 691 = 1086$$

$$\begin{array}{r} 395 \\ + 691 \\ \hline 1086 \end{array}$$

$1+3+6=10$     $9+9=18$     $1+5=6$

PRZECHODZI DO  
NASTĘPNEGO  
RZĘDU.

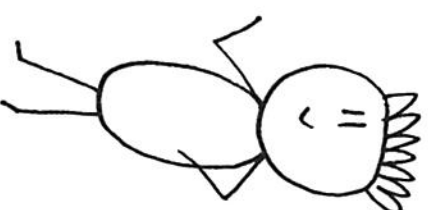
$$\rightarrow 1294 + 396 = 1690$$

$$\begin{array}{r} 1294 \\ + 396 \\ \hline 1690 \end{array}$$

ZPRISUJEMY JEDNOŚCI  
POD JEDNOŚCIAMI,  
DZIESIĄTKI POD  
DZIESIĄTKAMI ITD.

$$\rightarrow 1445 + 3218 = 4663$$

$$\begin{array}{r} 1445 \\ + 3218 \\ \hline 4663 \end{array}$$



# DODAWANIE LICZB SPÓSÓBEM PISEMNYM

$233 + 462 =$

$1253 + 994 =$

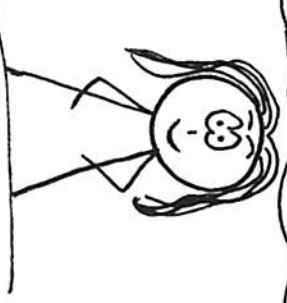
$10877 + 337 =$

$998 + 205 =$

$649 + 1125 =$

$854 + 68 =$

$1125 + 391 =$



$$\begin{array}{r} 1095 + 633 = 1728 \\ + \quad 1095 \\ \hline 1728 \end{array}$$

$1111 + 999 =$

$10011 + 978 =$

$832 + 621 =$

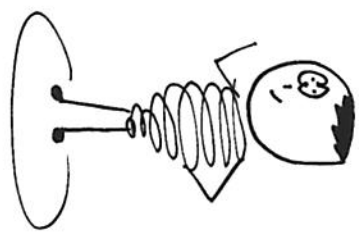
# ODEJMOWANIE LICZB SPÓSOBEM PISEMNYM

$$3872 - 631 = 3241$$

$$\begin{array}{r} 3872 \\ - 631 \\ \hline 3241 \end{array}$$

Annotations:   
 - Arrow from 3 to 3: 3-3=0   
 - Arrow from 8 to 2: 8-6=2   
 - Arrow from 7 to 4: 7-3=4   
 - Arrow from 2 to 1: 2-1=1

ZAPISUJEMY JEDNOŚCI  
POD JEDNÓDKAMI  
ITD.



$$633 - 492 = 141$$

$$\begin{array}{r} 633 \\ - 492 \\ \hline 141 \end{array}$$

Annotations:   
 - Arrow from 6 to 1: 6-4=2   
 - Arrow from 3 to 4: 3-9=-6, then 13-9=4   
 - Arrow from 3 to 2: 3-2=1

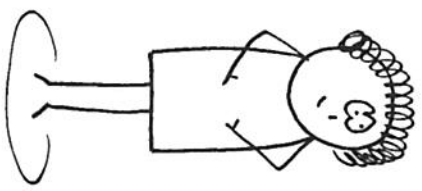
ZABIERAMY Z KOLEJNEGO  
RZĘDU DZIESIĄTKĘ I  
DODAJEMY JĄ DO TRÓJKI.  
 $10+3=13$

$$2058 - 1943 = 115$$

$$\begin{array}{r} 2058 \\ - 1943 \\ \hline 115 \end{array}$$

Annotations:   
 - Arrow from 2 to 1: 2-1=1   
 - Arrow from 0 to 9: 10-9=1   
 - Arrow from 5 to 4: 5-4=1   
 - Arrow from 8 to 3: 8-3=5

ZABIERAMY Z KOLEJNEGO  
RZĘDU DZIESIĄTKĘ.  
 $0+10=10$



$$3000 - 1526 =$$

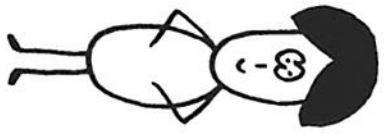
$$\begin{array}{r} 3000 \\ - 1526 \\ \hline 1474 \end{array}$$

Annotations:   
 - Arrow from 3 to 1: 3-1=2   
 - Arrow from 0 to 5: 10-5=5   
 - Arrow from 0 to 2: 10-2=8   
 - Arrow from 0 to 6: 10-6=4

ZABIERAMY DOPRZED  
OD TRÓJKI. MIEJSCA  
PO ZERACH UZUPLENIAMY  
DZIESIĄTKAMI.

Puste miejsca,  
ponieważ  $1-1=0$

$$\text{II} \triangleright 3952 - 2641 =$$

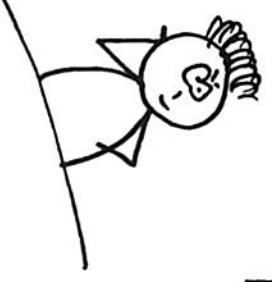


$$\text{II} \triangleright 4392 - 3547 =$$

ODEJMOWANIE LICZB  
SPÓSOBEM PISEMNYM

$$\text{II} \triangleright 1400 - 957 =$$

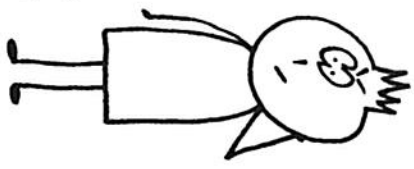
$$\text{II} \triangleright 1000 - 689 =$$



$$\text{II} \triangleright 2100 - 1799 =$$

$$\text{II} \triangleright 6481 - 4997 =$$

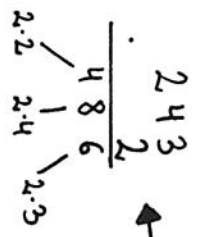
$$\text{II} \triangleright 11400 - 999 =$$



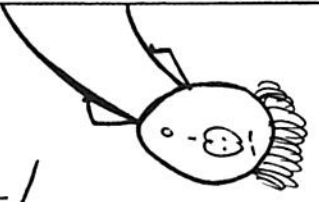
# MNOŻENIE PISEMNE PRZEZ LICZBY JEDNOCYFROWE

$4 \cdot 50 = 200$

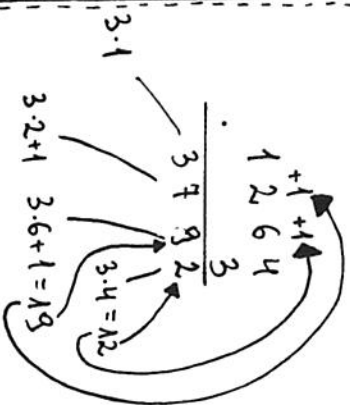
$243 \cdot 2 = 486$



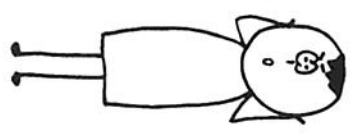
PODZAS ZAPISYWANIA LICZB MNOŻONYCH DO PRAWES STRONY.



$1264 \cdot 3 = 3792$



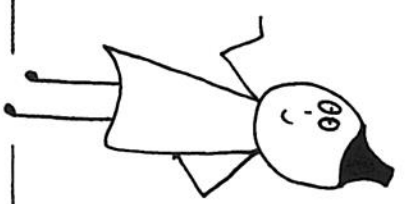
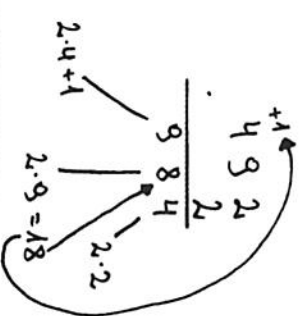
NAPRIERW MNOŻYMY, PŁYNIES DODAJEMY.



$2 \cdot 10 \cdot 10 = 200$

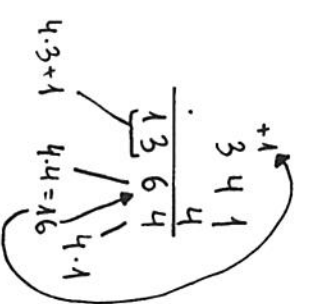
$5 \cdot 40 = 200$

$492 \cdot 2 = 984$



$2 \cdot 100 = 200$

$341 \cdot 4 = 1364$

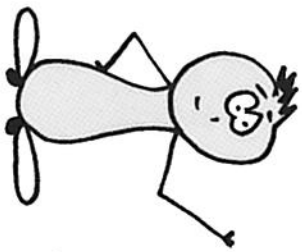


$8 \cdot 25 = 200$





# MNOŻENIE~PISEMNE~PRZEZ~LICZBY~JEDNOCYFROWE



1)  $275 \cdot 4 =$

2)  $392 \cdot 5 =$

3)  $1125 \cdot 2 =$

4)  $4298 \cdot 7 =$

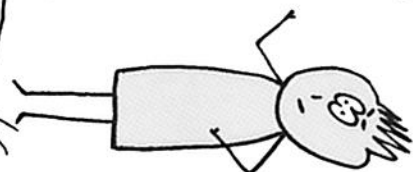
5)  $2899 \cdot 6 =$

6)  $528 \cdot 6 =$

7)  $3853 \cdot 2 =$

8)  $128 \cdot 7 =$

9)  $867 \cdot 3 =$



# MNOŻENIE PISEMNE PRZEZ LICZBY WIELOCYFROWE

1 251 · 11 = 2761

$$\begin{array}{r} 251 \\ \cdot 11 \\ \hline 251 \\ + 251 \\ \hline 2761 \end{array}$$

MNOŻENIE PRZEZ 1 (OD PRAWY)  
1 · 1 = 1    1 · 5 = 5    1 · 2 = 2

POWSTAJE „SCHODEK”!

MNOŻENIE PRZEZ 1 (OD LEWEJ)  
1 · 1 = 1    1 · 5 = 5    1 · 2 = 2

WYNIKI DODAJEMY  
SPÓSOBEM PISEMNYM.

2 152 · 13 = 1976

$$\begin{array}{r} 152 \\ \cdot 13 \\ \hline 456 \\ + 1520 \\ \hline 1976 \end{array}$$

MNOŻENIE PRZEZ 3  
3 · 2 = 6    3 · 5 = 15    3 · 1 + 1 = 4

POWSTAJE „SCHODEK”!

MNOŻENIE PRZEZ 1  
1 · 2 = 2    1 · 5 = 5    1 · 1 = 1

3 96 · 52 = 4992

$$\begin{array}{r} 96 \\ \cdot 52 \\ \hline 192 \\ + 480 \\ \hline 4992 \end{array}$$

MNOŻENIE PRZEZ 2  
2 · 6 = 12    2 · 9 + 1 = 13

MNOŻENIE PRZEZ 5  
5 · 6 = 30    5 · 9 + 3 = 48

WYNIKI DODAJEMY  
SPÓSOBEM PISEMNYM.

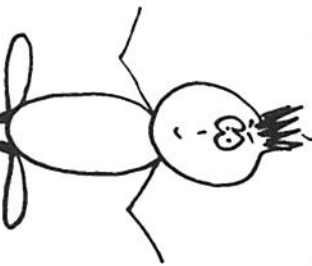
4 178 · 253 = 45034

$$\begin{array}{r} 178 \\ \cdot 253 \\ \hline 534 \\ + 890 \\ + 3560 \\ \hline 45034 \end{array}$$

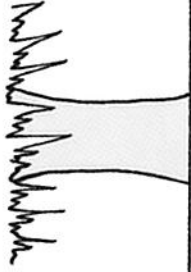
MNOŻENIE PRZEZ 3  
3 · 8 = 24    3 · 7 + 2 = 23  
3 · 1 + 2 = 5

MNOŻENIE PRZEZ 5  
5 · 8 = 40    5 · 7 + 4 = 39  
5 · 1 + 3 = 8

MNOŻENIE PRZEZ 2  
2 · 8 = 16    2 · 7 + 1 = 15  
2 · 1 + 1 = 3



# MNOŻENIE PISEMNE PRZEZ LICZBY WIELOCYFROWE



3  
 $202 \cdot 12 =$

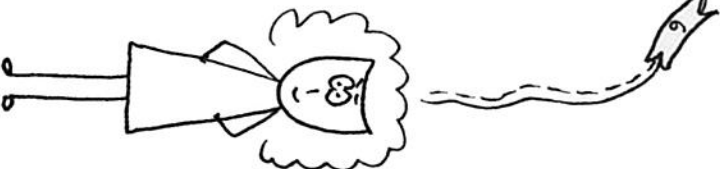
1  
 $52 \cdot 32 =$

4  
 $49 \cdot 53 =$

2  
 $112 \cdot 21 =$

5  
 $45 \cdot 23 =$

6  
 $151 \cdot 125 =$



# DZIELENIE PISEMNE PRZEZ LICZBY JEDNOCYFROWE

800 : 2 = 400

900 : 3 = 300

1300 : 10 = 130

600 : 3 = 200

85 : 5 = 17

2432 : 2 = 1216

- 1.2
- 2.2
- 1.2
- 6.2

$$\begin{array}{r} 1216 \\ 2432 : 2 \\ \underline{-24} \phantom{32} \\ 04 \phantom{32} \\ \underline{-4} \phantom{32} \\ 03 \phantom{2} \\ \underline{-2} \phantom{2} \\ 12 \\ \underline{-12} \\ 0 \end{array}$$

- 2 : 2 = 1
- 4 : 2 = 2
- 3 : 2 = 1 r. 1
- 12 : 2 = 6



- 1.3
- 0.3
- 4.3
- 3.3

$$\begin{array}{r} 1073 \\ 3219 : 3 \\ \underline{-3} \phantom{219} \\ 02 \phantom{19} \\ \underline{-0} \phantom{19} \\ 21 \phantom{9} \\ \underline{-21} \phantom{9} \\ 09 \\ \underline{-9} \\ 0 \end{array}$$

- 3 : 3 = 1
- 21 : 3 = 7
- 9 : 3 = 3

1000 : 5 = 200

3219 : 3 = 1073

- 6.2
- 2.2
- 8.2

$$\begin{array}{r} 628 \\ 1256 : 2 \\ \underline{-12} \phantom{56} \\ 05 \phantom{6} \\ \underline{-4} \phantom{6} \\ 16 \\ \underline{-16} \\ 0 \end{array}$$

1256 : 2 = 628

- 1 : 2 = 0 r. 1
- 12 : 2 = 6
- 5 : 2 = 2 r. 1
- 16 : 2 = 8

NIE KOŁEMY  
RODZIĆ I PRAZ  
2, JAKIE BIERZEMY  
POD UMIAĆĆ OMIŁ  
CZEPY.

DZIELENIE PISEMNE  
PRZEZ LICZBY  
JEDNOCYFROWE



$$2585 : 5 =$$

$$9693 : 9 =$$

$$698 : 2 =$$

$$1332 : 3 =$$

$$1548 : 4 =$$

$$875 : 7 =$$

$$688 : 8 =$$

$$444 : 6 =$$

# DZIELENIE PISEMNE PRZEZ LICZBY WIELOCYFROWE

1

$$\begin{array}{r} 32 \\ 436 : 23 \\ -69 \downarrow \\ 46 \\ -46 \\ \hline 0 \end{array}$$

$436 : 23 = 32$

$43 : 23 = 3 \text{ r. } 4$

$46 : 23 = 2$

2

$5 \cdot 18 = 90$

$3 \cdot 18 = 54$

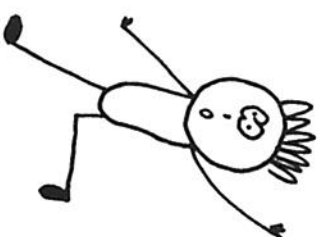
$$\begin{array}{r} 53 \\ 963 : 18 \\ -90 \downarrow \\ 63 \\ -54 \\ \hline 9 \end{array}$$

$963 : 18 = 53 \text{ r. } 9$

$96 : 18 = 5 \text{ r. } 6$

$63 : 18 = 3 \text{ r. } 9$

RESZTA Z DZIELENIA



3

$$\begin{array}{r} 53 \\ 693 : 13 \\ -65 \downarrow \\ 43 \\ -39 \\ \hline 4 \end{array}$$

$693 : 13 = 53 \text{ r. } 4$

$69 : 13 = 5 \text{ r. } 4$

$43 : 13 = 3 \text{ r. } 4$

SPRAWDZENIE

$53 \cdot 13 + 4 = 689 + 4 = 693$

$53 \cdot 13 = 689$

$$\begin{array}{r} 53 \\ \cdot 13 \\ \hline 159 \\ + 53 \\ \hline 689 \end{array}$$

4

$$\begin{array}{r} 369 \\ 9225 : 25 \\ -75 \downarrow \\ 172 \\ -150 \\ \hline 225 \\ -225 \\ \hline 0 \end{array}$$

$9225 : 25 = 369$

$92 : 25 = 3 \text{ r. } 17$

$172 : 25 = 6 \text{ r. } 22$

$225 : 25 = 9$

SPRAWDZENIE

$369 \cdot 25 = 9225$

$$\begin{array}{r} +1 \quad +1 \\ +3 \quad +4 \\ 369 \\ \cdot 25 \\ \hline 1845 \\ + 738 \\ \hline 9225 \end{array}$$

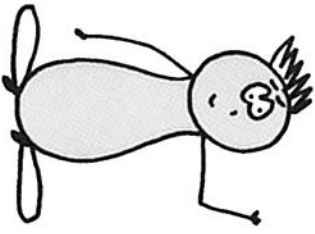


DZIELENIE

PISEMNE

PRZEZ LICZBY!

WIELOCYFROWE



1  $1764 : 28 =$

2  $9288 : 364 =$

3  $1404 : 24 =$

4  $12456 : 692 =$

5  $693 : 25 =$

6  $8556 : 124 =$

SPRAWDZENIE

SPRAWDZENIE

# DZIAŁANIA SPOSOBEM PISEMNYM

1  $628 + 32.8 = 628 + 256 = 884$

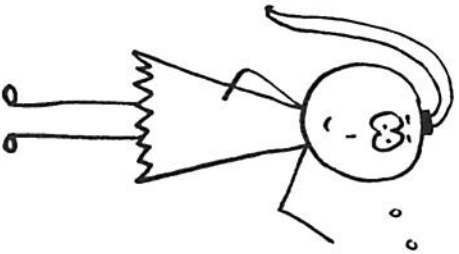
$$\begin{array}{r} +1 \\ 32 \\ \cdot \\ \hline 256 \\ + \\ 628 \\ \hline 884 \end{array}$$

2  $1429 - 528 + 339 = 1201 + 339 = 1540$

$$\begin{array}{r} - \\ 1429 \\ \hline 528 \\ \hline 1201 \\ + \\ 339 \\ \hline 1540 \end{array}$$

PAHIĘTĄJ O KOLEJNOŚCI WYKONYWANIA DZIAŁAŃ!

1. DZIAŁANIA I NAMIASIE
2. POTĘGOWANIE
3. MNOŻENIE I DZIELENIE I KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA
4. DODAWANIE I ODEJMOWANIE I KOLEJNOŚCI WYSTĘPOWANIA



3  $(4895 : 5 + 8) \cdot 2 = (1519 + 8) \cdot 2 =$

$$\begin{array}{r} 1519 \\ + 895 : 5 \\ \hline 1519 \\ - 5 \\ \hline 28 \\ - 25 \\ \hline 39 \\ - 35 \\ \hline 45 \\ - 45 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +1 +1 +1 \\ 1587 \\ \cdot \\ \hline 3174 \end{array}$$

$$= 1587 \cdot 2 = 3174$$

4  $2000 - 1625 : 25 = 2000 - 65 = 1935$

$$\begin{array}{r} 65 \\ 1625 : 25 \\ \hline 150 \\ - 125 \\ \hline 25 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19940 \\ 20000 \\ - 65 \\ \hline 19935 \end{array}$$

6  $22^2 - 3 \cdot 100 = 484 - 300 = 184$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \cdot \\ \hline 44 \\ + 44 \\ \hline 484 \\ - 300 \\ \hline 184 \end{array}$$

$5 \cdot 10 = 50$   
 $8 \cdot 100 = 800$   
 $3 \cdot 1000 = 3000$



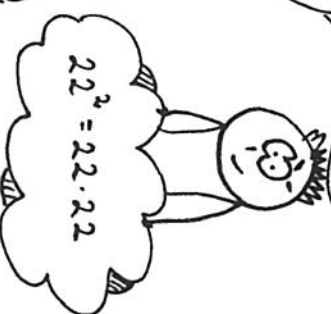
5  $432 : 12 + 23 \cdot 15 =$   
 $= 36 + 345 = 381$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 432 : 12 \\ \hline 36 \\ - 36 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +1 \\ 23 \\ \cdot \\ \hline 115 \\ + 23 \\ \hline 345 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +1 \\ 345 \\ + \\ 381 \\ \hline 381 \end{array}$$

$22^2 = 22 \cdot 22$





# DZIAŁANIA SPOSOBEM PISEMNYM

$$2358 + 129 - 1997 =$$

$$12^2 \cdot 6 - 492 =$$

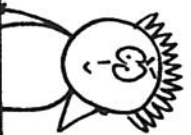
$$4830 : 9 + 285 =$$

$$3000 - 1953 + 8 \cdot 92 =$$

$$236 \cdot 2 + 155 : 5 =$$

$$(1255 + 399) \cdot 6 =$$

# WYRAZENIA ALGEBRAICZNE



$b + 8$  LICZBA O 8 WIĘKSZA OD  $b$

$30\% \cdot a = 0,3a$  30% LICZBY  $a$

$s + t$  SUMA LICZB  $s$  I  $t$

$km^2$  LOCZYN LICZBY  $k$  I KWADRATU LICZBY  $m$

$2z = 2 \cdot z$  LICZBA DWA RAZY WIĘKSZA OD  $z$

$x^2$  KWADRAT LICZBY  $x$

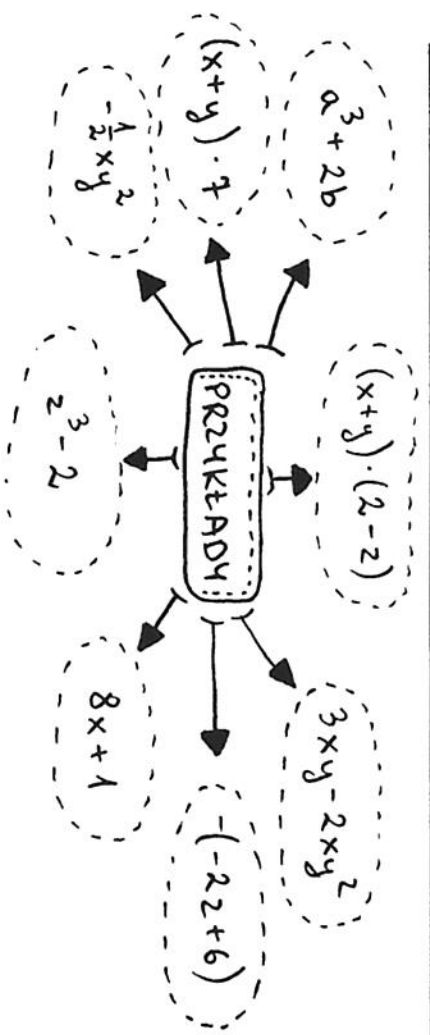
$z - m$  RÓŻNICA LICZB  $z$  I  $m$

$m : k$  ILOŚĆ LICZBY  $m$  PRZEZ LICZBĘ  $k$

$120\% \cdot d = 1,2d$  LICZBA O 20% WIĘKSZA OD  $d$

$k^2 - z^2$  RÓŻNICA KWADRATÓW LICZB  $k$  I  $z$

W WYRAŻENIACH ALGEBRAICZNYCH WYSTĘPUJĄ ZNAKI DZIAŁAŃ, LICZBY I LITERY.



$(k - z)^2$

$2x + y$

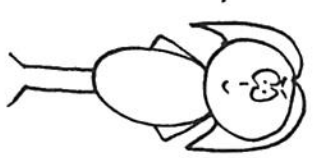
$a^3$

$3x^3 + 2$

KWADRAT RÓŻNICY LICZB  $k$  I  $z$   
SUMA PODWOJONEJ LICZBY  $x$  I LICZBY  $y$

SZEŚCIAN LICZBY  $a$

SUMA POTRÓJONEGO SZEŚCIANU LICZBY  $x$  I LICZBY  $2$



ZAPISZ STÓJNIE WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE.

# WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE



▷  $5k$

\_\_\_\_\_

▷  $y^3$

\_\_\_\_\_

▷  $m-6$

\_\_\_\_\_

▷  $8bc$

\_\_\_\_\_

▷  $(a-2)^2$

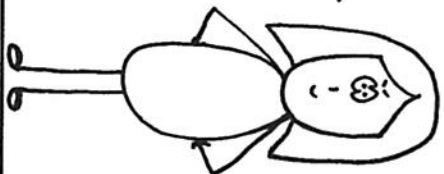
\_\_\_\_\_

▷  $20\% \cdot p$

\_\_\_\_\_

▷  $kz+8$

\_\_\_\_\_



5.4

ZAPISZ ZA POMOCĄ WYRAZEŃ ALGEBRAICZNYCH.

▷ SUMA LICZB  $a$  I  $b$

\_\_\_\_\_

▷ KWADRAT RÓŻNICY LICZB  $z$  I  $g$

\_\_\_\_\_

▷ 10% LICZBY  $m$

\_\_\_\_\_

▷ LICZBA O 10 WIĘKSZA OD  $h$

\_\_\_\_\_

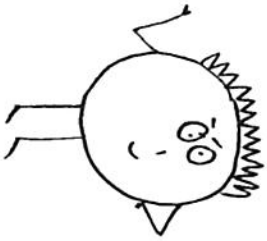
▷ LICZBA O 40% MNIEJSZA OD  $e$

\_\_\_\_\_

▷ POTOMA LICZBY  $r$

\_\_\_\_\_

# WARTOŚCI LICZBOWE WYRAZEŃ ALGEBRAICZNYCH



WARTOŚĆ LICZBOWA WYRAŻENIA ALGEBRAICZNEGO OTRZYMUJEMY, PODSTAWIAJĄC W MIEJSCA LITER RÓŻNE LICZBY I WYKONUJĄC ODPowiednie DZIAŁANIA.

$$\triangleright 2 + x \cdot (x + 1)$$

DLA  $x = -3$

$$2 + (-3) \cdot (-3 + 1) = 2 + (-3) \cdot (-2) = 2 + 6 = 8$$

$$\triangleright 3x^2 + 2y(y + 1)$$

DLA  $x = -1, y = 1$

$$3 \cdot (-1)^2 + 2 \cdot 1 \cdot (1 + 1) = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 3 + 4 = 7$$

$$2x - z + y$$

DLA  $x = 1, y = 2, z = -3$

$$2 \cdot 1 - (-3) + 2 = 2 + 3 + 2 = 7$$

$$(a - 1)(b - 2)$$

DLA  $a = 2, b = -1$

$$(2 - 1) \cdot (-1 - 2) = 1 \cdot (-3) = -3$$

1  $3x + 7$

DLA  $x = 2$

$$3 \cdot 2 + 7 = 6 + 7 = 13$$

2  $-7x + 10$

DLA  $x = -1$

$$-7 \cdot (-1) + 10 = 7 + 10 = 17$$

3  $3x^2 + 1$

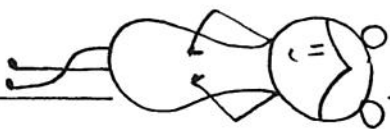
DLA  $x = -2$

$$3 \cdot (-2)^2 + 1 = 3 \cdot 4 + 1 = 12 + 1 = 13$$

4  $y^2 + y - 1$

DLA  $y = 4$

$$4^2 + 4 - 1 = 16 + 4 - 1 = 19$$



$$\frac{1}{2}w + 7$$

DLA  $w = 1,3$

$$\frac{1}{2} \cdot 1,3 + 7 = \frac{1}{2} \cdot 1,3 + 7 = \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{10} + 7 = \frac{13}{20} + 7 = 7 \frac{13}{20}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1,3 + 7 = 0,5 \cdot 1,3 + 7 = 0,65 + 7 = 7,65$$

$$0,5$$

$$\cdot 1,3$$

$$\frac{1}{5}$$

$$+ 0,5$$

$$0,65$$

# WARTOŚCI LICZBOWE WYRAZEŃ ALGEBRAICZNYCH

OBLICZ WARTOŚCI LICZBOWE WYRAZEŃ.

- $\frac{1}{2}y^2 + y - 3$

dla  $y = 2$

- $3y^2 + y$

dla  $y = -\frac{1}{2}$

- $3z - 2$

dla  $z = 2,5$

- $(a-3) \cdot 6a$

dla  $a = 9$

- $4x - 2$

dla  $x = 3$

- $3x + 4$

dla  $x = -2$

- $-2x^2 - 3$

dla  $x = -1$

- $6x^2 + x - 2$

dla  $x = 3$

- $-4a^2 \cdot (a - 1)$

dla  $a = -\frac{1}{2}$

- $4x + 2 - 2y$

dla  $x = -1$   $z = 3$   $y = 2$

- $-9x^2 + y - 2$

dla  $x = -2,5$   $z = 6$   $y = -\frac{1}{2}$

- $-12y^2 \cdot (a + b)$

dla  $a = 2$   $b = 3$   $y = -1$

- $4a(c - d)$

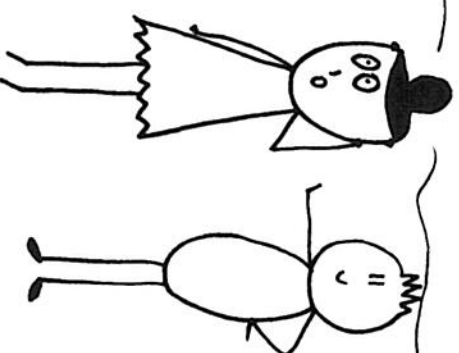
dla  $a = -1\frac{1}{2}$   $c = 2$   $d = -2$

- $6y(y - a)$

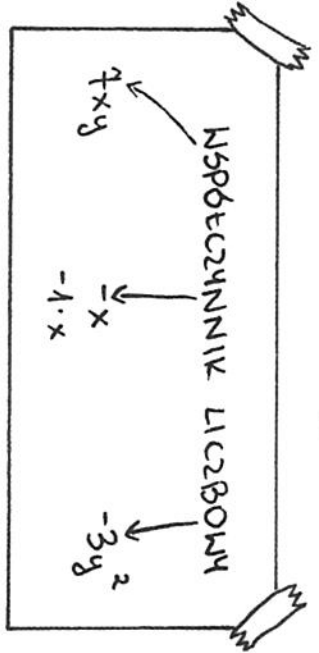
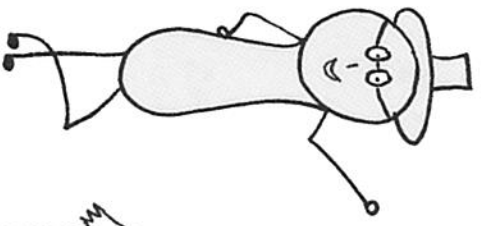
dla  $a = -2$   $y = -3$

- $4y^2 - (a - b)$

dla  $a = -1$   $b = -2,5$   $y = 3$



# PORZĄDKOWANIE JEDNOMIANÓW



## PORZĄDKOWANIE JEDNOMIANÓW

- 1 ZNAK (+, -)
- 2 LICZBY (MNIK MNOŻENIA LUB DZIELENIA)
- 3 LITERY W KOLEJNOŚCI ALFABETYCZNEJ

$-9cd \cdot 2c = -18c^2d$   
 $\frac{1}{2}a^2 \cdot (-4) \cdot 5a = -10a^3$   
 $-2^2 \cdot 2z = -2z^2$

$9 \cdot 2 \cdot c \cdot c$   
 $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5$   
 $a^2 \cdot a$   
 $2^2 \cdot 2$

POJEDYNCZE LICZBY

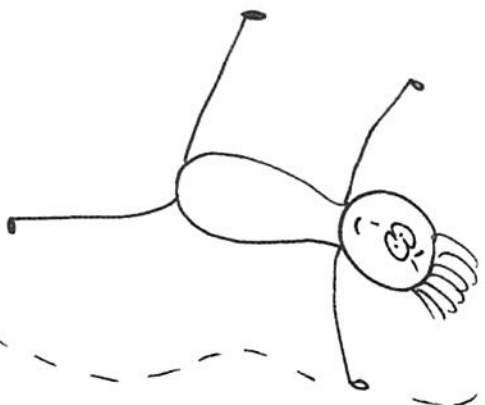
POJEDYNCZE LITERY

JEDNOMIAN

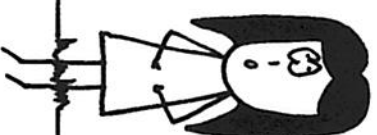
ILUZYJN (LUBRAJ) LICZBY I POSTACI LICZBOWEJ I LICZBY OZNACZONEJ LITERĄ

$3x^2 \cdot (-2) \cdot z = -6x^2z$   
 $-2x^2y^2 \cdot (-1) \cdot 2a = +4ax^2y^2$   
 $\frac{1}{2}ab^2 \cdot 4x = 2ab^2x$   
 $\frac{1}{3}abba = \frac{1}{3}a^2b^2$   
 $\frac{2x \cdot 2y}{z} = 2xy$   
 $-\frac{1}{6}xy^2 \cdot 3x = -\frac{1}{2}x^2y^2$

$2 \cdot 3$   
 $2 \cdot 1 \cdot 2$   
 $\frac{1}{2} \cdot 4$   
 $a \cdot a$   
 $b \cdot b$   
 $\frac{1}{6} \cdot 3$   
 $x \cdot x$



# PORZĄDKOWANIE JEDNOMIANYŃ



$$2a \cdot b \cdot (-3a) =$$

$$-3a^2b \cdot 2ac =$$

$$7a^2x^2 \cdot y \cdot x =$$

$$-\frac{1}{2} \cdot a^2b \cdot (-3\frac{1}{2}) \cdot b =$$

$$-4,5a^2xy \cdot 2x^2y =$$

$$-3a^2 \cdot (-1)^3 \cdot a^3 =$$

$$-2,5a^2b \cdot (-1\frac{1}{2}) \cdot a^2c =$$

$$\frac{3a \cdot 6y}{2ab} =$$

$$\frac{9a^2cdy}{3acd} =$$

$$\frac{1}{3} \cdot a^2b \cdot (-9) \cdot (-6ay) =$$

$$4aaa \cdot (-2ab)^2 =$$

$$-c^2d \cdot 3cdy =$$

$xy$   $-5xy$

$6 \cdot x \cdot y$

JEDNOLIANY  
PODOBNE

$2x^2$   $3x$   $-6x^3$

$4xy$

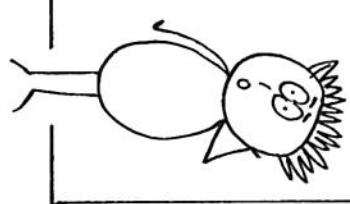
JEDNOLIANY, KTÓRE  
NIE SĄ PODOBNE

# SUMY ALGEBRAICZNE

SUMA ALGEBRAICZNA

$$2x^2 + 5x + 10$$

WYRAZY SUMY



PRZYKŁADY

$$\Delta \underbrace{3x^2 + 6x^2}_{+} - 2x = 9x^2 - 2x$$

$$\Delta \underbrace{10xy + 2x^2 y}_{+} - 3xy = 7xy + 2x^2 y$$

$$\Delta \underbrace{3x^2 + 2y^2}_{+} - \underbrace{x^2 + 3y^2}_{+} + 6 = 2x^2 + 5y^2 + 6$$

$$3 - 1 = 2$$

$$\Delta 2x^2 - (-3x) + 6x^2 - 3x = 2x^2 + 3x + 6x^2 - 3x = 8x^2$$

PRZED REDUKCJĄ WYRAZÓW  
PODOBNYCH DOPISZCZAMY  
NAMIĄS.

$$\Delta \underbrace{xy^3 + 2x^2 y^2}_{+} - \underbrace{xy^2 + 3xy^3}_{+} = 4x^3 y + 2x^2 y^2 - xy^2$$

$$1 + 3 = 4$$

$$\Delta 2,5a - 3b + 6a = 8,5a - 3b$$

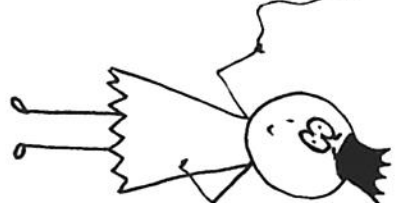
$$\Delta \frac{1}{2}a^2 + 6ab^2 - 2,5a^2 + 2ab^2 = -2a^2 + 8ab^2$$

$$\frac{1}{2} - 2,5 = \frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = -2$$

SUMA ALGEBRAICZNA TO  
WYRAŻENIE, KTÓRE POWSTAJE  
PRZES DODAWANIE JEDNOLIANYÓW.

JEDNOLIANY SĄ PODOBNE, JEŚLI  
PO WPORZĄDKOWANIU MAJĄ TAKIE  
SANE CZYNNIKI LITEROWE.

REDUKCJA WYRAZÓW PODOBNYCH  
TO UPRAŚZCZANIE SUMY  
ALGEBRAICZNYCH POLEGAJĄCE NA  
DODAWANIU WYRAZÓW PODOBNYCH.





# ☞ SUMY ALGEBRAICZNE

$$4x + 7 - 2x^2 + 6x - 9x^2 =$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 7x + \frac{1}{4}x^2 - 3x =$$

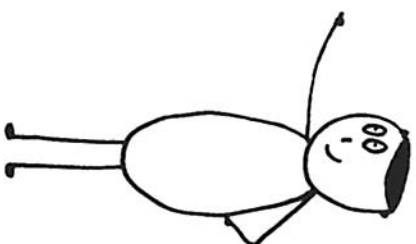
$$6a^2b + 4ab^2 - 3a^2b - 10ab =$$

$$4x^2 + 5y - x^2 + y - 10 =$$

$$7x^2y - 3xy + 10xy - 7x^2y =$$

$$2x^2 - (-3x^2) + 6yx - 3xy =$$

$$1\frac{1}{2}y^2 - 2,5x + 7y^2 - \frac{1}{2}x =$$



$$\begin{array}{l}
 3yx + 7x^2 - 3xy + (-4x^2) \\
 \downarrow \\
 \begin{array}{l}
 3yx + 7x^2 - 3xy + (-4x^2) \\
 \downarrow \\
 7x^2 + (-4x^2) \\
 \downarrow \\
 7x^2 - 4x^2 \\
 \downarrow \\
 3x^2
 \end{array}
 \end{array}$$

# DODAWANIE I ODEJMOWANIE SUM ALGEBRAICZNYCH

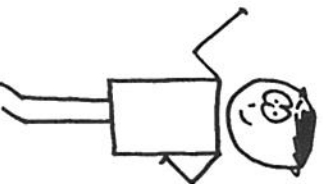
$$2x + (7y + 3x) = \underline{2x} + \underline{7y} + \underline{3x} = 5x + 7y$$

PRZED NAMIASZEM JEST  
PLUS. OPUSZCZAJĄC NAMIAS,  
NIE ZMIENIAMY ZNAKÓW  
WYRAZÓW I NAMIASIE.

$$(7y + 3x) - (2y - 3x) = \underline{7y} + \underline{3x} - \underline{2y} + \underline{3x} = 5y + 6x$$

NAMIAS NIE JEST POPRZEDZONY  
ZADNYM ZNAKIEM, OPUSZCZAJĄC GO,  
NIE ZMIENIAMY ZNAKÓW WYRAZÓW  
I NAMIASIE.

$$\begin{aligned} -(a+b) &= -a-b \\ -(-a+b) &= a-b \\ -(a-b) &= -a+b \\ -(-a-b) &= a+b \end{aligned}$$



$$2y - (3x - 4y) = \underline{2y} - \underline{3x} + \underline{4y} = 6y - 3x$$

PRZED NAMIASZEM JEST  
MINUS. OPUSZCZAJĄC NAMIAS,  
ZMIENIAMY ZNAKI NA  
PRZECIWNE WYRAZOM  
I NAMIASIE.

$$\begin{aligned} -(3y + 7) + (2x + 6y) &= \underline{-3y} - \underline{7} + \underline{2x} + \underline{6y} = \\ &= 3y - 7 + 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -(3y - 2x) - (8x + 7y) &= \underline{-3y} + \underline{2x} - \underline{8x} - \underline{7y} = \\ &= -10y - 6x \end{aligned}$$

# DODAWANIE I ODEJMIOWANIE SUM ALGEBRAICZNYCH

$$\boxed{\checkmark} \quad 4y + (3x + 2y) =$$

$$\boxed{\checkmark} \quad 3z + 8 + (7 - 2z) =$$

$$\boxed{\checkmark} \quad 9x - (3x + 2) =$$

$$\boxed{\checkmark} \quad 10x + 7 - (9 - 2x) =$$

$$\boxed{\checkmark} \quad 6a + 7 - 9b - (-9 - 3a) =$$

$$\boxed{\checkmark} \quad 3bc + 7a - (-4bc + 8a) =$$

$$\boxed{\checkmark} \quad (4a - 2) + (6b - 9) =$$

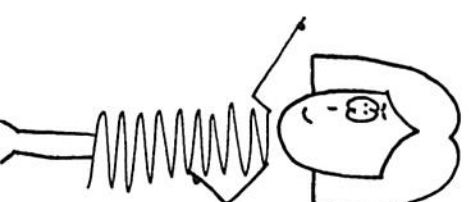
$$\boxed{\checkmark} \quad -(9a + 7) + (3a - 6) =$$

$$\boxed{\checkmark} \quad -(6a + 7) - (-7 + 16a) =$$

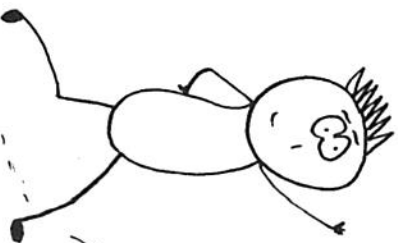
$$\boxed{\checkmark} \quad 4ab - 2b - (-3ab + 8b) =$$

$$\boxed{\checkmark} \quad -(-3a - 9) - (6a - 5) =$$

$$\boxed{\checkmark} \quad (2a - 7) - (5 - 4a) =$$



# MNOŻENIE JEDNOMIANÓW I SUM ALGEBRAICZNYCH



MNOŻENIE SUM ALGEBRAICZNYCH

$$\begin{aligned} \square (2x+3y) \cdot (x+7) &= 2x \cdot x + 2x \cdot 7 + 3y \cdot x + 3y \cdot 7 = \\ &= 2x^2 + 14x + 3xy + 21y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square (x-6) \cdot (x+8) &= x \cdot x + x \cdot 8 - 6 \cdot x - 6 \cdot 8 = \\ &= x^2 + 8x - 6x - 48 = x^2 + 2x - 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square (-x+6) \cdot (2x-1) &= -x \cdot 2x - x \cdot (-1) + 6 \cdot (-1) + 6 \cdot 2x = \\ &= -2x^2 + x - 6 + 12x = -2x^2 + 13x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square (x-2)^2 &= (x-2) \cdot (x-2) = x \cdot x + x \cdot (-2) - 2 \cdot x - 2 \cdot (-2) = \\ &= x^2 - 2x - 2x + 4 = x^2 - 4x + 4 \end{aligned}$$

MNOŻENIE JEDNOMIANU PRZEZ  
SUMĘ ALGEBRAICZNA

$$\square 3 \cdot (x+3y) = 3 \cdot x + 3 \cdot 3y = 3x + 9y$$

$$\square -5(a-f) = -5 \cdot a - 5 \cdot (-f) = -5a + 35$$

$$\square 3(-7x-2) = 3 \cdot (-7x) + 3 \cdot (-2) = -21x - 6$$

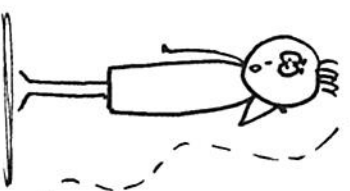
$$\square -6(-2x+7) = -6 \cdot (-2x) - 6 \cdot 7 = 12x - 42$$

$$\begin{aligned} \square 2(x+6) - 3(x-9) &= 2 \cdot x + 2 \cdot 6 - 3 \cdot x - 3 \cdot (-9) = \\ &= 2x + 12 - 3x + 27 = -x + 39 \end{aligned}$$

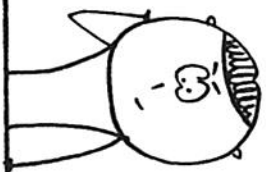
DZIELENIE SUMY ALGEBRAICZNEJ  
PRZEZ JEDNOMIAN

$$\square (3x-1) : (-3) = 3x : (-3) - 1 : (-3) = -x + \frac{1}{3} \quad -1 : (-3) = \frac{-1}{-3}$$

$$\square (4x+8) : 2 = 4x : 2 + 8 : 2 = 2x + 4$$



# MNOŻENIE JEDNOMIANÓW I SUM ALGEBRAICZNYCH



$$4(y-2) =$$

$$2x(y-7) =$$

$$-43(2z+6) =$$

$$4(x+2)-9 =$$

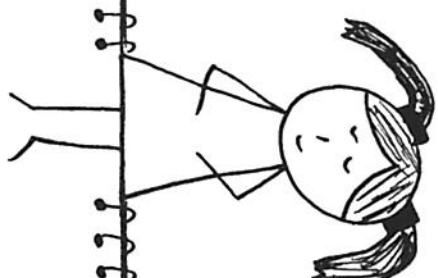
$$-2(x+2y) =$$

$$(4-2) \cdot (2+x) =$$

$$(-9+x) \cdot (y+x) =$$

$$(y-2)^2 =$$

6



$$-5(-3-x) =$$

$$(4x-2) : 2 =$$

$$6(x-1) - 2(x+3) =$$

$$2(x-3) + 3(x+1) =$$

$$(-2-x) \cdot (4+2) =$$

$$-(y-2) \cdot (y^2+3y+2) =$$

$$-(y+2) \cdot (y^2-3) =$$

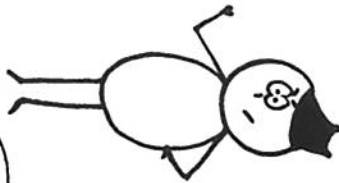
$$(2+6) \cdot (x+y) =$$

# RÓWNANIA

• NIEWIADOMA

$$3x + 8 = 10$$

TO LITERA W RÓWNANIU  
OZNACZAJĄCA LICZBĘ,  
KTÓREJ NIE ZNAMY.



PRZYKŁADY RÓWNAŃ Z JEDNĄ  
NIEWIADOMĄ

$$2x + 8 = 10$$

$$4(u + 5) = 20$$

$$1t + y = 30$$

$$7w + 10 = 18 - 3w$$

$$4a + 9 = -3$$

LICZBA 40 JEST O 15  
NIEMIEJSZA OD X.

$$40 = x - 15$$

LICZBA 15 JEST 5 RAZY  
WIĘKSZA OD A.

$$15 = 5 \cdot A$$

JĘŚLI LICZBĘ K POMNIEJSZYMY  
O 3, TO OTRZYMAAMY 10.

$$k - 3 = 10$$

ZAPISYWANIE W POSTACI  
RÓWNAŃ

LICZBA O 6 WIĘKSZA OD X  
TO 30.

$$x + 6 = 30$$

JĘŚLI LICZBĘ W POMNIEJSZYMY  
5 RAZY, TO OTRZYMAAMY 60.

$$m \cdot 5 = 60$$

LICZBA 3 RAZY NIEMIEJSZA  
OD Y TO 10.

$$y : 3 = 10$$

LICZBA O 10% WIĘKSZA  
OD X TO 4.

$$x + 10\% \cdot x = 4$$

$$x + 0,1x = 4$$

$$1,1x = 4$$

# RÓWNANIA

LICZBA 70 JEST O 4  
WIĘKSZA OD 6.

JEŻELI LICZBĘ K POWIĘKSZAMY  
2 RAZY, TO OTRZYMAJEMY 1010.

LICZBA 2 RAZY WIĘKSZA  
OD Y JEST RÓWNA 20.

LICZBA O 5% MNIEJSZA  
OD D JEST RÓWNA  
80.

JEŻELI LICZBĘ N POWIĘKSZAMY  
O 10, OTRZYMAJEMY 100.

LICZBA O 3 WIĘKSZA OD  
X JEST RÓWNA 100.

LICZBA 5 RAZY MNIEJSZA  
OD M TO 80.

LICZBA O 30% MNIEJSZA  
OD G WYNOŚI 40.

ZAPISZ M POSTACI  
RÓWNAŃ.

# LICZBY SPEŁNIAJĄCE RÓWNANIE

ROZWIĄZANIE RÓWNANIA  
TO KAZDA LICZBA  
SPEŁNIAJĄCA DANE  
RÓWNANIE.

RÓWNANIE TOŻSAMOŚCIOWE  
TO RÓWNANIE, KTÓRE SPEŁNIAJĄ  
WSZYSTKIE LICZBY.  
NP.:  $x + x = 2x$

RÓWNANIE SPRZECZNE  
TO RÓWNANIE, KTÓREGO  
NIE SPEŁNIA ŻADNA LICZBA.  
NP.:  $x = x + 3$

SPRAWDŹ, KTÓRA  
Z PODANYCH LICZB  
JEST ROZWIĄZANIEM  
RÓWNANIA.

$$2x - 5 = 4x + 1 \quad (-3) \quad (3)$$

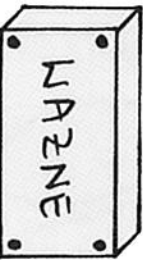
$$\xrightarrow{-3} L = 2x - 5 = 2 \cdot (-3) - 5 = -6 - 5 = -11$$

$$P = 4x + 1 = 4 \cdot (-3) + 1 = -12 + 1 = -11 \quad \rangle L = P$$

$$\xrightarrow{3} L = 2x - 5 = 2 \cdot 3 - 5 = 6 - 5 = 1$$

$$P = 4x + 1 = 4 \cdot 3 + 1 = 12 + 1 = 13 \quad \rangle L \neq P$$

ROZWIĄZANIEM RÓWNANIA  
JEST LICZBA -3.



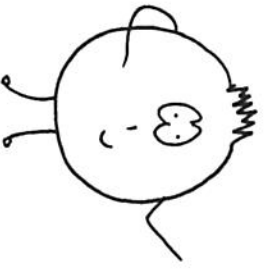
$$|x| = -2$$

RÓWNANIE  
SPRZECZNE

↓ WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA LICZBY NIEWIEJERNEJ  
JEST RÓWNA TEJ LICZBIE.  
↓ WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA LICZBY UJEMNEJ  
TO LICZBA DO NIEJ PRZECIWNNA.

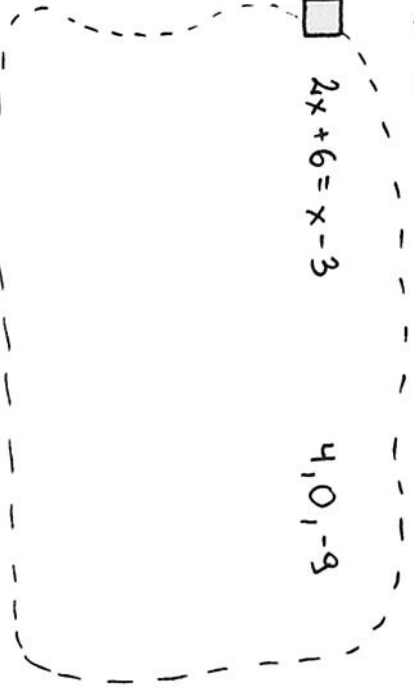


LICZBY SPEŁNIAJĄCE  
RÓWNANIE

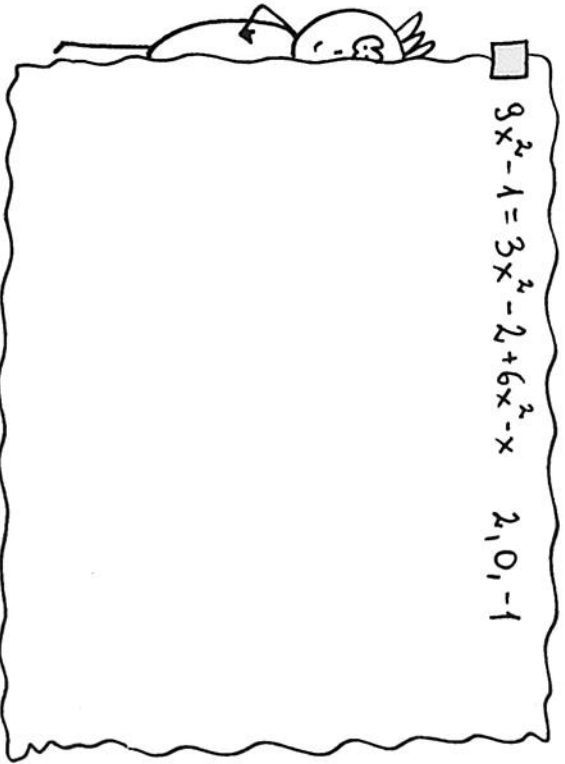


$2x + 6 = x - 3$

$4, 0, -9$

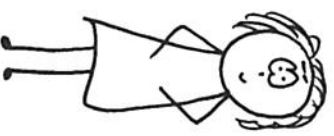
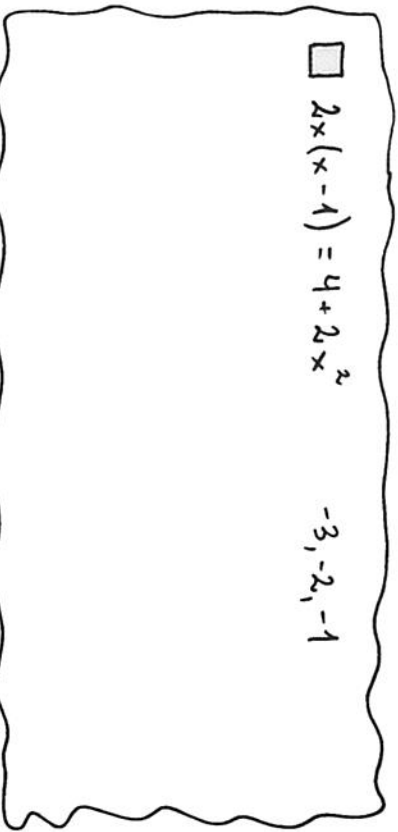


$9x^2 - 1 = 3x^2 - 2 + 6x^2 - x$       $2, 0, -1$

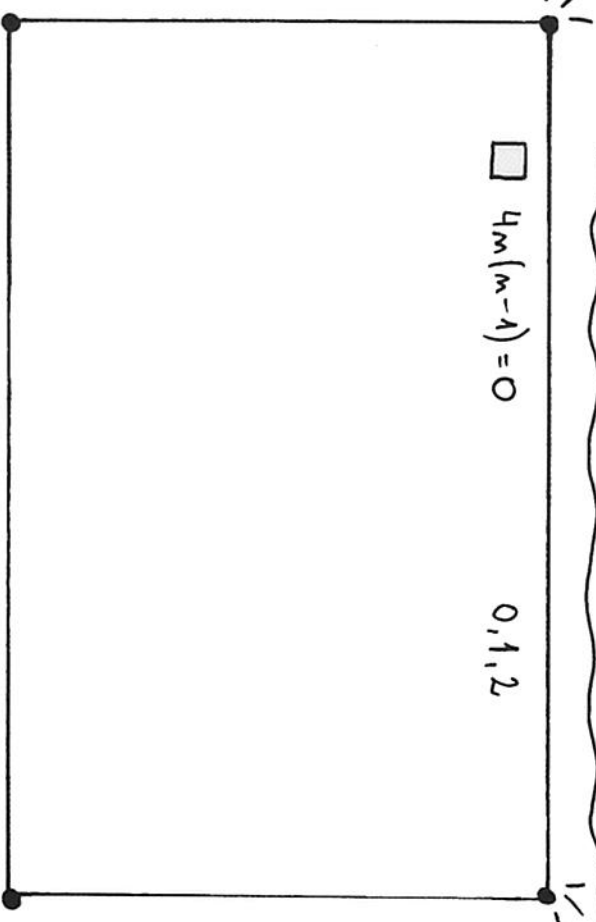


$2x(x-1) = 4 + 2x^2$

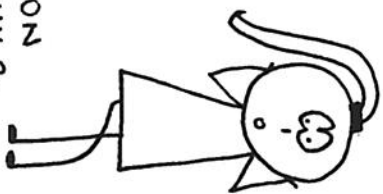
$-3, -2, -1$



$4m(m-1) = 0$       $0, 1, 2$



# ROZWIĄZYWANIE RÓWNAŃ



1

$$4x + 6 = 3x - 2 \quad | -3x$$

OD OBYDWU STRON

OD OBYDWU STRON

$$\underline{4x+6} - \underline{3x} = \underline{3x-2-3x}$$

OD OBYDWU STRON

$$x + 6 = -2$$

$$| -6$$

OD OBYDWU STRON

$$x + 6 - 6 = -2 - 6$$

$$x = -8$$

OD OBYDWU STRON

2

$$2 - \frac{3x-1}{2} = 6 - 3x$$

$$| \cdot 2$$

OD OBYDWU STRON

$$2 \cdot 2 - 2 \cdot \frac{3x-1}{2} = 2 \cdot 6 - 2 \cdot 3x$$

OD OBYDWU STRON

$$4 - (3x-1) = 12 - 6x$$

$$4 - 3x + 1 = 12 - 6x$$

$$5 - 3x = 12 - 6x \quad | +6x$$

$$5 - 3x + 6x = 12$$

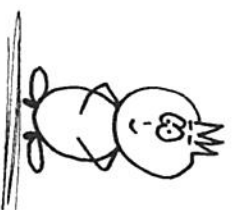
$$5 + 3x = 12$$

$$| -5$$

$$3x = 7$$

$$| :3$$

$$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$



OD OBYDWU STRON  
RÓWNAŃ DZIELIMY PRZEZ 3 (ODZYMAMY DO TEGO, BY PRZY X NIE STAŁA ŻADNA LICZBA)

3

$$3(x+1) - 2x = 10$$

$$3 \cdot x + 3 \cdot 1 - 2x = 10$$

$$3x + 3 - 2x = 10$$

$$x + 3 = 10 \quad | -3$$

$$x + 3 - 3 = 10 - 3$$

$$x = 7$$

OD OBYDWU STRON

4

$$x^2 - (x+6)(x-1) = 3$$

OD OBYDWU STRON

$$x^2 - (x^2 + 6x - x - 6) = 3$$

$$x^2 - x^2 - 6x + x + 6 = 3$$

$$-5x + 6 = 3 \quad | -6$$

$$-5x = -3 \quad | :(-5)$$

$$x = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$$

5

$$\frac{1}{6}x + 5 = -7 \quad | -5$$

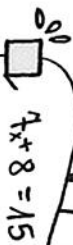
$$\frac{1}{6}x = -12 \quad | \cdot 6$$

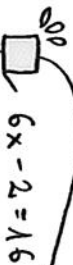
$$1x = -72$$

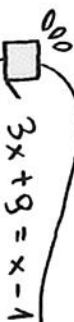
$$x = -72$$

OD OBYDWU STRON

# ROZWIĄZYWANIE RÓWNAŃ



$$4x + 8 = 15$$


$$6x - 2 = 16$$

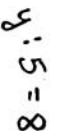

$$3x + 9 = x - 1$$

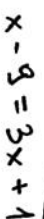

$$\frac{1}{2}x = 14$$


$$\frac{1}{5}x + 2 = 7$$


$$16 - 4x = 8 + 3x$$

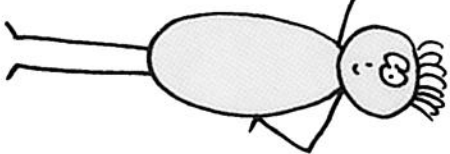

$$8x = 30$$


$$y : 5 = 8$$


$$x - 9 = 3x + 1$$

# ROZWIĄZYWANIE RÓWNAŃ

$$\downarrow 3(x+6) = 2x - 1$$



$$\downarrow -6(x-1) = 2(x+8)$$

$$\downarrow (x+1)(x-2) = 2x+x^2$$

$$\downarrow \frac{1}{6}x + \frac{2}{3} = 1 + x$$

$$\downarrow 5(x+3) = \frac{1}{5}x - 2$$

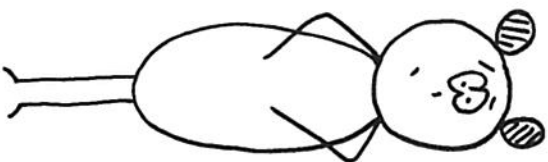
$$\downarrow -(x+1)(x-6) = -x^2 + 9x$$

$$\downarrow \frac{x}{8} = x + 9(x-1)$$

$$\downarrow \frac{2x+3}{2} - 6 = 9x - 1$$

$$\downarrow 0,3x + 4(x-2) = 5,3x$$

# RÓWNANIA W ZADANIACH TEKSTOWYCH

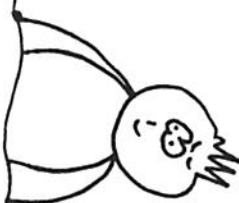


ETAPY ROZWIĄZYWANIA ZADANI TEKSTOWYCH:

- 1 USTAL NIEMIADONĄ I ZADANIU.
- 2 UŁÓŻ RÓWNIANIE.
- 3 ROZWIĄŻ RÓWNIANIE.
- 4 SPRAWDŹ ROZWIĄZANIE.

2

KSIĄŻKI 2051 STOJĄ NA TRZECIU PÓŁKACH. NA DRUGIEJ PÓŁCE JEST O 2 KSIĄŻKI WIĘCEJ NIŻ NA PIERWSZEJ, A NA TRZECIEJ PÓŁCE STOI TYŁE KSIĄŻEK, ILE WYNOŚI ŚRĘDNIA ARYTMETYCZNA LICZBY KSIĄŻEK STOJĄCYCH NA PIERWSZEJ I DRUGIEJ PÓŁCE. WSKAZYKICH KSIĄŻEK 2051A NA 18. OBLICZ, ILE KSIĄŻEK STOI NA KAZDEJ Z PÓŁEK.



"...NIŻ NA PIERWSZEJ" - PIERWSZA PÓŁKA BĘDZIE NIEMIADONĄ.

x - PIERWSZA PÓŁKA  
 x+2 - DRUGA PÓŁKA  
 $\frac{x+x+2}{2}$  - TRZECIA PÓŁKA

$$x+x+2 + \frac{x+x+2}{2} = 18$$

$$2x+2 + \frac{2x+2}{2} = 18 \quad | \cdot 2$$

$$4x+4+2x+2 = 36$$

$$6x+6 = 36 \quad | -6$$

$$6x = 30 \quad | :6$$

$$x = 5 - \text{PIERWSZA PÓŁKA}$$

$$x+2 = 5+2 = 7 - \text{DRUGA PÓŁKA}$$

$$\frac{x+x+2}{2} = \frac{5+5+2}{2} = 6 - \text{TRZECIA PÓŁKA}$$

SPR.  $5+7+6 = 18$

"ROZWIĄZANI SIĘ WBIŁKA."

1

MOJTEK I MICHAŁ MĄDĄ RAZEM 18 LAT. MICHAŁ JEST O 2 LATA STARSZY OD MOJTKA. JLE LAT MA KAZDY Z CIOFORCÓW?

x - MOJTEK  
 x+2 - MICHAŁ

"MĄDĄ RAZEM" - "CYLI SUKUCZEM".

$$x+x+2 = 18$$

$$2x+2 = 18 \quad | -2$$

$$2x = 16 \quad | :2$$

$$x = 8 - \text{MOJTEK}$$

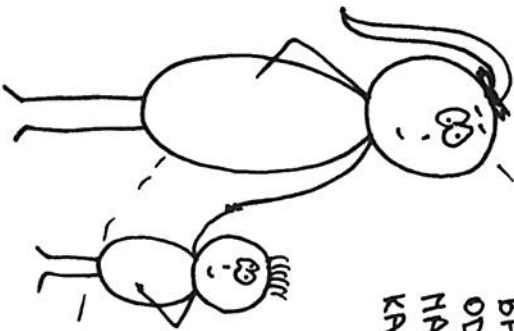
$$x+2 = 8+2 = 10 - \text{MICHAŁ}$$

SPR.  $8+10 = 18$

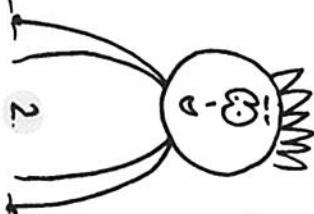
"DWA LATA STARSZY" - "CYLI x+2."

# RÓWNANIA W ZADANIACH TEKSTOWYCH

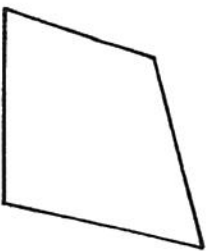
1. BASIA JEŚĆ TRZY RAZY STARSZA  
OD SWOJEGO BRATA KUBY. RAZEM  
MĄJĄ 16 LAT. OBLICZ, ILE LAT MA  
KAZDE Z NICH.



2. KUBA MA W SKARBONCE  
O 85ZŁ MNIEJ NIŻ JEGO  
KOLEZANKA KASIA. RAZEM MĄJĄ  
155ZŁ. ILE PIENIĘDZY MA KAZDE  
Z DZIECI?



3. W PENTAGONIE CZWOROKĄCIE JEDEN Z KĄTÓW  
WENIĘTRZNYCH JEŚĆ O  $20^\circ$  MNIEJSZY OD DRUGIEGO  
I O  $20^\circ$  WIĘKSZY OD TRZECIEGO. CZYARTY KĄT  
MA MIARĘ  $60^\circ$ . OBLICZ MIARĘ POZOSTAŁYCH TRZECICH  
KĄTÓW.



4. SUMA DWÓCH LICZB WYNOSI 48. JEDNA  
Z TYCH LICZB JEŚĆ O 12 WIĘKSZA OD  
DRUGIEJ. OBLICZ ILOCZYN TYCH LICZB.



# PRZEKSZTAŁCANIE WZORÓW



PRZEKSZTAŁCĄC WZORY, POSTĘPUJEMY PODOBNIĘ JAK PRZY ROZWIĄZYWANIU RÓWNAŃ.

TRAKTOWAĆ WZNAJACZNIKĄ WIELKOŚĆ JAK "x" W RÓWNIANIU.



1 ZE WZORU  $k = 2a + b$  WYZNACZ  $a$ .

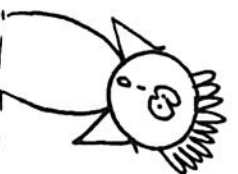
$$k = 2a + b \quad | -b$$

$$k - b = 2a \quad | : 2$$

$$\frac{k - b}{2} = a$$

$$a = \frac{k - b}{2}$$

POZYWAMY SIĘ WIELKOŚCI, KTÓRE "STOJĄ" PRZY  $a$ .



2 ZE WZORU  $h = \frac{a^2}{a - b}$  WYZNACZ  $b$ .

$$h = \frac{a^2}{a - b}$$

$$| \cdot (a - b)$$

$$h(a - b) = a^2$$

$$ha - hb = a^2 \quad | -ha$$

$$-hb = a^2 - ha$$

$$hb = -a^2 + ha$$

$$b = \frac{-a^2 + ha}{h}$$

$$a - b \neq 0$$

"RÓŻNE OD 0"

WYRAZNIK NIE MOŻE BYĆ RÓWNY 0. NIE DZIELIMY PRZEZ 0.

WNOŻYMY PRZEZ WYRAZNIK, ABY POZBYĆ SIĘ Ułamka.

WNOŻYMY PRZEZ -1, BY POZBYĆ SIĘ MINUSA Z LEWEJ STRONY.



3 ZE WZORU  $ma + mb = c$  WYZNACZ  $m$ .

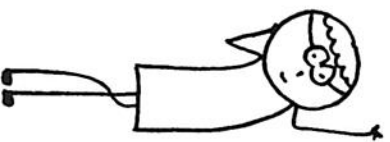
$$ma + mb = c$$

$$m(a + b) = c$$

$$m(a + b) = c \quad | : (a + b)$$

$$m = \frac{c}{a + b} \quad a + b \neq 0$$

WYCIĄGAMY  $m$  PRZED WYRAZEM, PONIEWAŻ WYSTĘPUJE W DWÓCH MIEJSCACH.



# PRZEKSZTAŁCANIE WZORÓW

WYZNACZ ZE WZORU WSKAZANĄ WIELKOŚĆ.  
PRZYJMIJ ODPowiednie ZAŁOŻENIA.

4  $f = \frac{c-d}{3}$

c

5  $2(a+c) = z$

c

6  $G = \frac{ab}{mm}$

b

1  $A-b=c$

b

2  $ka+c=m$

a

3  $a^2 + a^m = q$

a

7  $H+g = c(a-b) + aH$

H



# ODPOWIEDZI

## POLE TRÓJKĄTA

1.  $24 \text{ cm}^2$
2.  $21 \text{ cm}^2$
3.  $5,25 \text{ m}^2$
4.  $11,05 \text{ dm}^2$
5.  $7 \text{ m}^2$
6.  $815 \text{ cm}^2$

## POLE TRÓJKĄTA

1.  $30000 \text{ cm}^2 = 3 \text{ m}^2$
2.  $30 \text{ m}^2$
3.  $10 \text{ cm}$
4.  $20 \text{ cm}$

## POLE TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO

1.  $4\sqrt{3} \text{ cm}$
2.  $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$
3.  $\frac{20}{\sqrt{3}} \text{ cm} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$
4.  $256\sqrt{3} \text{ cm}^2$
5.  $8\sqrt{3} \text{ cm}$

## POLE SZÉCÍOKĄTA FOREMNÉGO

1.  $150\sqrt{3} \text{ cm}^2$
2.  $75\sqrt{3} \text{ cm}^2$
3.  $4\sqrt{2} \text{ dm}$
4.  $6 \text{ cm}, 4\sqrt{3} \text{ cm}$
5.  $18 \text{ cm}$

## POLE DOMOLNEGO MIEŁOKĄTA

1.  $14 \text{ cm}^2$
2.  $7,9 \text{ cm}^2$
3.  $9 \text{ cm}^2$
4.  $11 \text{ cm}^2$
5.  $17,285 \text{ cm}^2 \approx 17,3 \text{ cm}^2$

## POLE DOMOLNEGO MIEŁOKĄTA

1.  $18,475 \text{ cm}^2 \approx 18,5 \text{ cm}^2$
2.  $18,7 \text{ cm}^2$
3.  $22,56 \text{ cm}^2$
4.  $19,225 \text{ cm}^2 \approx 19,2 \text{ cm}^2$

05 LICZBOWA

ODPOWIEDZI

1.  $A = 3, B = 5, C = 8, D = 15$

27

2.  $A = 8, B = 11, C = 20, D = 22$

3.  $A = 50, B = 70, C = 120, D = 110$

4.  $A = 60, B = 135, C = 180, D = 225$

5.  $A = 200, B = 500, C = 800, D = 1100$

6.  $A = 50, B = 250, C = 550, D = 750$

7.  $A = 20, B = 80, C = 200, D = 220$

MNOŻENIE I DZIELENIE PAMIĘCIOWE

31

$2 \cdot 8 \cdot 5 = 80$

$4 \cdot 14 = 56$

$20 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 600$

$660 : 10 = 66$

$20 \cdot 3 \cdot 5 = 300$

$6 \cdot 23 = 138$

$9 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 5 = 720$

$2800 : 1400 = 2$

$6 \cdot 2 \cdot 5 = 60$

$950 : 5 = 190$

$6 \cdot 3 \cdot 10 = 180$

$15000 : 50 = 300$

$2 \cdot 9 \cdot 50 = 900$

$112 : 4 = 28$

$9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 25 = 900$

$8100 : 81 = 100$

$3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 25 = 600$

$12000 : 400 = 30$

$3000 : 10 = 300$

$46 : 2 = 23$

DODAWANIE I ODECHOWANIE PAMIĘCIOWE

29

$70 + 40 + 30 = 140$

$300 + 211 = 511$

$169 - 152 = 17$

$1125 - 225 = 900$

$87 - 33 = 54$

$82 + 34 = 116$

$165 - 50 = 115$

$90 - 0 = 90$

$100 - 52 = 48$

$125 + 99 = 224$

$60 + 0 = 60$

$391 - 215 = 176$

$66 - 58 = 8$

$420 - 20 = 400$

$43 + 92 = 135$

$84 - 25 = 59$

$2875 - 325 = 2550$

$80 - 30 = 50$

$66 + 55 = 121$

$85 - 63 = 22$

$191 - 85 = 106$

$31 + 51 = 82$

$29 + 18 + 31 = 78$

$112 - 87 = 25$

$254 - 168 = 86$

$62 + 32 = 94$

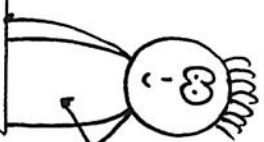
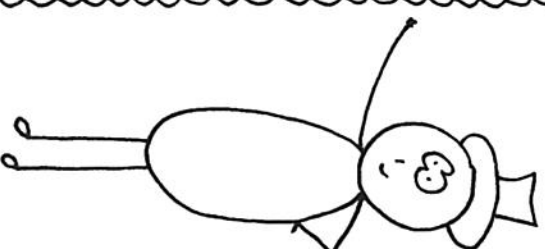
$27 + 99 = 126$

$201 - 135 = 66$

$425 - 98 = 327$

$125 + 91 = 216$

$125 + 85 = 210$



MNOŻENIE I DZIELENIE PRZEZ 10, 100, 1000, ...

$65 \cdot 10 = 650$	$2400 : 6 = 400$
$852 \cdot 100 = 85200$	$3200 : 80 = 40$
$42 \cdot 1000 = 42000$	$2800 : 700 = 4$
$250 \cdot 4 = 1000$	$3500 : 70 = 50$
$350 \cdot 4 = 2450$	$6400 : 8 = 800$
$90 \cdot 12 = 1080$	$8100 : 90 = 90$
$50 \cdot 40 = 2000$	$1600 : 40 = 40$
$3000 \cdot 21 = 63000$	$592 \cdot 10 \cdot 40 = 1600$
$87 \cdot 20 = 1740$	$2800 : 100 = 28$
$5600 : 8 = 700$	$3200 \cdot 10 = 320$
$592 \cdot 700 \cdot 8 = 5600$	$35 \cdot 30 = 1050$
$5200 : 10 = 520$	$87 \cdot 100 = 8700$
$6300 : 100 = 63$	
$3000 : 1000 = 3$	

ODPOWIEDZI

TABLICZKA MNOŻENIA

2.4 = 8	5.8 = 40	4.10 = 40
7.10 = 70	3.4 = 12	9.4 = 36
5.9 = 45	9.10 = 90	9.9 = 81
4.7 = 28	8.8 = 64	7.3 = 21
3.5 = 15	6.10 = 60	5.5 = 25
9.6 = 54	7.8 = 56	7.7 = 49
8.2 = 16	6.6 = 36	3.3 = 9
6.7 = 42	1.6 = 6	4.4 = 16

TABLICZKA DZIELENIA

25 : 5 = 5	42 : 6 = 7	70 : 7 = 10
64 : 8 = 8	9 : 9 = 1	6 : 6 = 1
28 : 4 = 7	45 : 5 = 9	21 : 3 = 7
72 : 8 = 9	12 : 2 = 6	50 : 5 = 10
63 : 9 = 7	35 : 5 = 7	49 : 7 = 7
32 : 4 = 8	100 : 10 = 10	3 : 3 = 1
40 : 5 = 8	20 : 4 = 5	18 : 2 = 9
20 : 2 = 10	12 : 6 = 2	36 : 6 = 6
10 : 5 = 2	16 : 4 = 4	16 : 4 = 4
60 : 6 = 10	14 : 2 = 7	

POKRYCIANIE LICZB

1. 27, 7, 19	3. 51, 25, 10
2. 74, 49, 48	4. 181, 1000

KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ

1. 34	4. 56	7. 10	10. 64	13. 63
2. 17	5. 15	8. 47	11. 206	14. 12
3. 36	6. 59	9. 590	12. 204	15. 237
16. 40				

POTĘGOWANIE LICZB

$4^2 \cdot 2 = 32$	$8^2 + 3^2 = 73$	$1^{30} = 1$
$3^3 = 27$	$0^{41} = 0$	$9^2 - 5^2 = 56$

$3^3 > 3 \cdot 3$	$3^4 > 4^3$
$5^2 > 5 \cdot 2$	

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$

$6 \cdot 6 = 6^2$	$0 \cdot 0 \cdot 0 = 0^3$
$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^4$	

$16 \cdot 40$
---------------

$16 \cdot 40$
---------------



45

DODAWANIE LICZB  
SPROSOBEM PISENNYM

$233 + 462 = 695$

$1253 + 997 = 2250$

$10877 + 337 = 11214$

$998 + 205 = 1203$

$649 + 1125 = 1774$

$854 + 68 = 922$

# ODPOWIEDZI

51

MNOZENIE PISENNE PRZEZ  
MIELOCYFROWE

$52 \cdot 32 = 1664$

$112 \cdot 21 = 2352$

$202 \cdot 12 = 2424$

$79 \cdot 53 = 4187$

$45 \cdot 23 = 1035$

$151 \cdot 125 = 18875$

49

MNOZENIE PISENNE PRZEZ  
LICZBY JEDNOCYFROWE

$275 \cdot 4 = 1100$

$392 \cdot 5 = 1960$

$1125 \cdot 2 = 2250$

$4298 \cdot 7 = 30086$

$2899 \cdot 6 = 17394$

$528 \cdot 6 = 3168$

$3853 \cdot 2 = 7706$

$128 \cdot 7 = 896$

$867 \cdot 3 = 2601$



47

ODEJMIANIE LICZB  
SPROSOBEM PISENNYM

$3952 - 2641 = 1311$

$4392 - 3547 = 845$

$1400 - 957 = 443$

$1000 - 689 = 311$

$2100 - 1799 = 301$

$6481 - 4997 = 1484$

$11400 - 999 = 10401$

53

DZIELENIE PISENNE PRZEZ  
LICZBY JEDNOCYFROWE

$698 : 2 = 349$

$1332 : 3 = 444$

$2585 : 5 = 517$

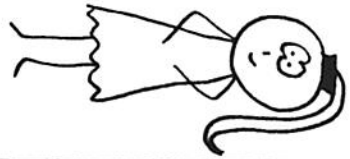
$9693 : 9 = 1077$

$1548 : 4 = 387$

$875 : 7 = 125$

$688 : 8 = 86$

$444 : 6 = 74$



DZIELENIE PISENNE PRZEZ  
MIELOCYFROWE

55

$1764 : 28 = 63$

$12456 : 692 = 18$

$8556 : 124 = 69$

$693 : 25 = 27 \cdot 18$

$9288 : 364 = 25 \cdot 188$

$598 \cdot 25 \cdot 364 + 188 = 9288$

$598 \cdot 52 \cdot 27 = 1404$

$1404 : 27 = 52$

DZIELENIA SPROSOBEM PISENNYM

57

$2358 + 129 - 1997 = 490$

$12^2 \cdot 6 - 792 = 72$

$7830 : 9 + 285 = 1155$

$3000 - 1953 + 8 \cdot 92 = 1783$

$236 \cdot 2 + 155 : 5 = 503$

$(1255 + 393) \cdot 6 = 9924$



WYRAŻENIA  
ALGEBRAICZNE

59

- 5k - LICZBA 5 KRAZY WIĘKSZA OD k
- $y^3$  - SZESZCIAN LICZBY y
- w-6 - LICZBA O 6 MNIEJSZA OD w
- 9bc - ILOCZYNY LICZB 9, b i c
- $(d-2)^2$  - KWADRAT RÓŻNICY LICZB d i 2
- 20% · p - 20% LICZBY p
- $k^2 + 8$  - ILOCZYNY LICZB k i 2 POWIĘKSZONY O 8
- SUMA LICZB a i b → a+b
- KWADRAT RÓŻNICY LICZB z i g →  $(z-g)^2$
- 10% LICZBY m →  $10\% \cdot m = 0,1m$
- LICZBA O 10 WIĘKSZA OD n → n+10
- LICZBA O 40% MNIEJSZA OD e →  $0,6e$
- POŁOWA LICZBY v →  $\frac{1}{2}v$

ODPOWIEDZI

61

WARTOŚCI LICZBOWE WYRAŻEŃ  
ALGEBRAICZNYCH

- $\frac{1}{2}y^2 + y - 3 \rightarrow 1$
- $3y^2 + y \rightarrow \frac{4}{3}$
- $3z - 2 \rightarrow 5,5$
- $(a-3) \cdot 6a \rightarrow 324$
- $4x - 2 \rightarrow 10$
- $3x + 7 \rightarrow 1$
- $-2x^2 - 3 \rightarrow -5$
- $6x^2 + x - 2 \rightarrow 55$
- $-4a^2(a-1) \rightarrow 1,5$
- $4x + 2 - 2y \rightarrow -5$
- $-9x^2 + y - 2 \rightarrow -62,75$
- $-12xy^2(a+b) \rightarrow -60$
- $4a(c-d) \rightarrow -24$
- $6y(y-a) \rightarrow 18$
- $4y^2 - (a-b) \rightarrow 34,5$

SUMY ALGEBRAICZNE

65

$$4x + t - 2x^2 + 6x - 9x^2 = -11x^2 + 10x + t$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 7x + \frac{1}{4}x^2 - 3x = \frac{3}{4}x^2 - 10x$$

$$6a^2b + 4ab^2 - 3a^2b - 10ab = 3a^2b + 4ab^2 - 10ab$$

PORZĄDKOWANIE JEDNOMIANÓW

63

$$2a \cdot b \cdot (-3a) = -6a^2b$$

$$-3a^2b \cdot 2ac = -6a^3bc$$

$$7a^2x^2 \cdot y \cdot x = 7a^2x^3y$$

$$-\frac{1}{2} \cdot a^2b \cdot (-3\frac{1}{2}) \cdot b = 1\frac{3}{4}a^2b^2$$

$$-4,5a^2xy \cdot 2x^2y = -9a^2x^3y^2$$

$$-3a^2 \cdot (-1)^3 \cdot a^3 = 3a^5$$

$$-2,5a^2b \cdot (-1\frac{1}{2}) \cdot a^2c = 3\frac{3}{4}a^4bc$$

$$\frac{3a \cdot 6y}{2ab} = \frac{9y}{b}$$

$$\frac{9a^2cdy}{3acd} = 3ay$$

$$\frac{1}{3} \cdot a^2b \cdot (-9) \cdot (-6ay) = 18a^3by$$

$$4aaa \cdot (-2ab)^2 = 16a^5b^2$$

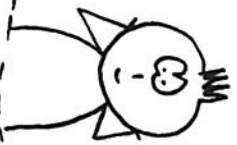
$$-c^2d \cdot 3cdy = -3c^3d^2y$$

$$4x^2 + 5y - x^2 + y - 10 = 3x^2 + 6y - 10$$

$$7x^2y - 3xy + 10xy - 7x^2y = 7xy$$

$$2x^2 - (-3x^2) + 6yx - 3xy = 5x^2 + 3xy$$

$$1\frac{1}{2}y^2 - 2,5x + 7y^2 - \frac{1}{2}x = 8\frac{1}{2}y^2 - 3x$$



DODAWANIE I ODEJMOVANIE  
50H ALGEBRAICZNYCH

67

$$\begin{aligned}4y + (3x + 2y) &= 6y + 3x \\3z + 8 + (7 - 2z) &= z + 15 \\9x - (3x + 2) &= 6x - 2 \\10x + 7 - (9 - 2x) &= 12x - 2 \\6a + 7 - 9b - (-9 - 3a) &= 9a - 9b + 16 \\3bc + 7a - (-4bc + 8a) &= 7bc - a \\(4a - 2) + (6b - 9) &= 4a + 6b - 11 \\-(9a + 7) + (3a - 6) &= -6a - 13 \\-(6a + 7) - (-7 + 16a) &= -22a \\4ab - 2b - (-9ab + 8b) &= 13ab - 10b \\-(-3a - 9) - (6a - 5) &= -3a + 14 \\(2a - 7) - (5 - 4a) &= 6a - 12\end{aligned}$$

ODPOWIEDZI

MNOŻENIE JEDNOLIANÓW I 50H ALGEBRAICZNYCH

69

$$\begin{aligned}4(y - 2) &= 4y - 8 \\2x(y - 7) &= 2xy - 14x \\-43(2z + 6) &= -86z - 258 \\4(x + 2) - 9 &= 4x - 1 \\-2(x + 2y) &= -2x - 4y \\(4 - 2) \cdot (2 + x) &= 8 - 2z + 4x - xz \\(-9 + x) \cdot (y + x) &= -9y + xy - 9x + x^2 \\(y - 2)^2 &= (y - 2) \cdot (y - 2) = y^2 - 4y + 4 \\-5(-3 - x) &= 15 + 5x \\(4x - 2) : 2 &= 2x - 1 \\6(x - 1) - 2(x + 3) &= 4x - 12\end{aligned}$$



## РЪЧНАНА

71

ЛИЦБА О 3 ШЕКСЗА ОД X ЈЕСТ  
РЪЧНА 100.  $x+3=100$

ЛИЦБА 70 ЈЕСТ О 4 ШЕКСЗА  
ОД B.  $70=B+4$

ЛИЦБА 5 РАЗУ ПНИЕЗЗА ОД H  
ТО 80.  $H:5=80$

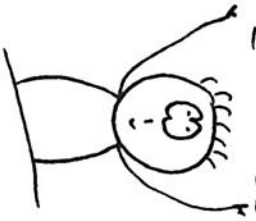
ЛИЦБА О 30% ПНИЕЗЗА ОД G  
ПННОСИ 40.  $0,7G=40$

ЈЕЗЕЛ ЛИЦБЕ К РОМШЕКСЗУПНУ  
2 РАЗУ, ТО ОТРЗУПАНУ 1010.  
 $K \cdot 2 = 1010$

ЛИЦБА 2 РАЗУ ШЕКСЗА ОД Y  
ЈЕСТ РЪЧНА 20.  $2 \cdot Y = 20$

ЛИЦБА О 5% ПНИЕЗЗА ОД D  
ЈЕСТ РЪЧНА 80.  $0,95D = 80$

ЈЕЗЕЛ ЛИЦБЕ H РОМШЕКСЗУПНУ  
О 10, ОТРЗУПАНУ 100.  
 $H-10=100$



## ОДПОВИЕДЗИ

### РОЗУПРЗУПАНШЕ РЪЧНАНЕ

ЛИЦБУ СПЕЛНПРЗУПЕ РЪЧНАНЕ

$$2x+6 = x-3 \rightarrow -9$$

$$2x(x-1) = 4+2x^2 \rightarrow -2$$

$$9x^2-1 = 3x^2-2+6x^2-x \rightarrow -1$$

$$4m(m-1) = 0 \rightarrow 0, 1$$

### РОЗУПРЗУПАНШЕ РЪЧНАНУ

75

$$7x+8 = 15 \quad x=1$$

$$6x-2=16 \quad x=3$$

$$3x+9 = x-1 \quad x=-5$$

$$\frac{1}{4}x = 14 \quad x=98$$

$$\frac{1}{5}x+2 = 1 \quad x=25$$

$$16-4x = 8+3x \quad x=1\frac{1}{4}$$

$$8x = 30 \quad x=3\frac{3}{4}$$

$$y:5 = 8 \quad y=40$$

$$x-9 = 3x+1 \quad x=-5$$

### РОЗУПРЗУПАНШЕ РЪЧНАНУ

76

$$3(x+6) = 2x-1 \quad x=-19$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{2}{3} = 4+x \quad x = -\frac{38}{5}$$

$$\frac{x}{8} = x+9(x-1) \quad x = \frac{72}{49}$$

$$-6(x-1) = 2(x+8) \quad x = -\frac{5}{4}$$

$$5(x+3) = \frac{1}{9}x-2 \quad x = -\frac{153}{44}$$

$$\frac{2x+3}{2} - 6 = 9x-1 \quad x = -\frac{1}{16}$$

$$(x+1)(x-2) = 2x+x^2 \quad x = -\frac{2}{3}$$

$$-(x+1)(x-6) = -x^2+9x \quad x = \frac{3}{2}$$

$$0,3x+1(x-2) = 5,3x \quad x = 1$$

### 78 РЪЧНАНА И ЗАДАНПАНУ ТЕКСТУПНУ

1. БАСИА - 12  
КУБА - 4

2. КУБА - 15  
КАСИА - 100

3. 100°, 120°, 80°

4. 540

### ПРЕКСТАТАСАНИЕ ИЗОРЕВУ 80

1.  $b = A - c$       5.  $c = \frac{2-2a}{2}$

2.  $a = \frac{m-c}{k}$ ,  $k \neq 0$

6.  $b = \frac{gmn}{a}$ ,  $mn \neq 0, a \neq 0$

3.  $a = \frac{8}{2+t}$ ,  $2+t \neq 0$

7.  $H = \frac{ac-bc-9}{1-a}$ ,  $1-a \neq 0$

4.  $c = \frac{3+fd}{f}$ ,  $f \neq 0, c-d \neq 0$

